

Übungsaufgaben Lösen von Gleichungen mit Substitution

Nr	Aufgabe	Lösung
1	Lösen Sie die Gleichung $-2 \cdot x^4 + 34 \cdot x^2 - 32 = 0$	$-2 \cdot x^4 + 34 \cdot x^2 - 32 = 0$ $\Leftrightarrow -2 \cdot z^2 + 34 \cdot z - 32 = 0$, Substitution mit $x^2 = z$ $\Leftrightarrow z^2 - 17 \cdot z + 16 = 0$ $\Leftrightarrow z^2 - 17 \cdot z + 72,25 = 56,25$ $\Leftrightarrow (z - 8,5)^2 = 56,25$ $\Leftrightarrow z - 8,5 = 7,5 \vee z - 8,5 = -7,5$ $\Leftrightarrow z = 16 \vee z = 1$ $\Leftrightarrow x^2 = 16 \vee x^2 = 1$ (Rücksubstitution) $\Leftrightarrow x = 4 \vee x = -4 \vee x = 1 \vee x = -1$
2	Lösen Sie die Gleichung $-3 \cdot x^4 - 60 \cdot x^2 + 1728 = 0$	$-3 \cdot x^4 - 60 \cdot x^2 + 1728 = 0$ $\Leftrightarrow -3 \cdot z^2 - 60 \cdot z + 1728 = 0$, Substitution mit $x^2 = z$ $\Leftrightarrow z^2 + 20 \cdot z - 576 = 0$ $\Leftrightarrow z^2 + 20 \cdot z + 100 = 676$ $\Leftrightarrow (z + 10)^2 = 676$ $\Leftrightarrow z + 10 = 26 \vee z + 10 = -26$ $\Leftrightarrow z = 16 \vee z = -36$ $\Leftrightarrow x^2 = 16 \vee x^2 = -36$ (unlösbar) (Rücksubstitution) $\Leftrightarrow x = 4 \vee x = -4$
3	Lösen Sie die Gleichung $-6 \cdot x^4 - 30 \cdot x^2 - 24 = 0$	$-6 \cdot x^4 - 30 \cdot x^2 - 24 = 0$ $\Leftrightarrow -6 \cdot z^2 - 30 \cdot z - 24 = 0$, Substitution mit $x^2 = z$ $\Leftrightarrow z^2 + 5 \cdot z + 4 = 0$ $\Leftrightarrow z^2 + 5 \cdot z + 6,25 = 2,25$ $\Leftrightarrow (z + 2,5)^2 = 2,25$ $\Leftrightarrow z + 2,5 = 1,5 \vee z + 2,5 = -1,5$ $\Leftrightarrow z = -1 \vee z = -4$ $\Leftrightarrow x^2 = -1 \vee x^2 = -4$ (Rücksubstitution) unlösbar
4	Lösen Sie die Gleichung $-2 \cdot x^4 + 80 \cdot x^2 - 288 = 0$	$-2 \cdot x^4 + 80 \cdot x^2 - 288 = 0$ $\Leftrightarrow -2 \cdot z^2 + 80 \cdot z - 288 = 0$, Substitution mit $x^2 = z$ $\Leftrightarrow z^2 - 40 \cdot z + 144 = 0$ $\Leftrightarrow z^2 - 40 \cdot z + 400 = 256$ $\Leftrightarrow (z - 20)^2 = 256$ $\Leftrightarrow z - 20 = 16 \vee z - 20 = -16$ $\Leftrightarrow z = 36 \vee z = 4$ $\Leftrightarrow x^2 = 36 \vee x^2 = 4$ (Rücksubstitution) $\Leftrightarrow x = 6 \vee x = -6 \vee x = 2 \vee x = -2$
5	Lösen Sie die Gleichung $5 \cdot x^4 + 130 \cdot x^2 + 125 = 0$	$5 \cdot x^4 + 130 \cdot x^2 + 125 = 0$ $\Leftrightarrow 5 \cdot z^2 + 130 \cdot z + 125 = 0$, Substitution mit $x^2 = z$ $\Leftrightarrow z^2 + 26 \cdot z + 25 = 0$ $\Leftrightarrow z^2 + 26 \cdot z + 169 = 144$ $\Leftrightarrow (z + 13)^2 = 144$ $\Leftrightarrow z + 13 = 12 \vee z + 13 = -12$ $\Leftrightarrow z = -1 \vee z = -25$ $\Leftrightarrow x^2 = -1 \vee x^2 = -25$ (Rücksubstitution)

		unlösbar
6	Lösen Sie die Gleichung $-x^4 + 17 \cdot x^2 - 16 = 0$	$-x^4 + 17 \cdot x^2 - 16 = 0$ $\Leftrightarrow -z^2 + 17 \cdot z - 16 = 0$, Substitution mit $x^2 = z$ $\Leftrightarrow z^2 - 17 \cdot z + 16 = 0$ $\Leftrightarrow z^2 - 17 \cdot z + 72,25 = 56,25$ $\Leftrightarrow (z - 8,5)^2 = 56,25$ $\Leftrightarrow z - 8,5 = 7,5 \vee z - 8,5 = -7,5$ $\Leftrightarrow z = 16 \vee z = 1$ $\Leftrightarrow x^2 = 16 \vee x^2 = 1$ (Rücksubstitution) $\Leftrightarrow x = 4 \vee x = -4$ oder $x = 1 \vee x = -1$
7	Lösen Sie die Gleichung $2 \cdot x^4 - 64 \cdot x^2 - 288 = 0$	$2 \cdot x^4 - 64 \cdot x^2 - 288 = 0$ $\Leftrightarrow 2 \cdot z^2 - 64 \cdot z - 288 = 0$, Substitution mit $x^2 = z$ $\Leftrightarrow z^2 - 32 \cdot z - 144 = 0$ $\Leftrightarrow z^2 - 32 \cdot z + 256 = 400$ $\Leftrightarrow (z - 16)^2 = 400$ $\Leftrightarrow z - 16 = 20 \vee z - 16 = -20$ $\Leftrightarrow z = 36 \vee z = -4$ $\Leftrightarrow x^2 = 36 \vee x^2 = -4$ (unlösbar) (Rücksubstitution) $\Leftrightarrow x = 6 \vee x = -6$
8	Lösen Sie die Gleichung $x^4 - 13 \cdot x^2 + 36 = 0$	$x^4 - 13 \cdot x^2 + 36 = 0$ $\Leftrightarrow z^2 - 13 \cdot z + 36 = 0$ $\Leftrightarrow z^2 - 13 \cdot z + 42,25 = 6,25$ $\Leftrightarrow (z - 6,5)^2 = 6,25$ $\Leftrightarrow z - 6,5 = 2,5 \vee z - 6,5 = -2,5$ $\Leftrightarrow z = 9 \vee z = 4$ $\Leftrightarrow x^2 = 9 \vee x^2 = 4$ (Rücksubstitution) $\Leftrightarrow x = 3 \vee x = -3 \vee x = 2 \vee x = -2$
9	Lösen Sie die Gleichung $-2 \cdot x^4 - 90 \cdot x^2 - 648 = 0$	$-2 \cdot x^4 - 90 \cdot x^2 - 648 = 0$ $\Leftrightarrow -2 \cdot z^2 - 90 \cdot z - 648 = 0$, Substitution mit $x^2 = z$ $\Leftrightarrow z^2 + 45 \cdot z + 324 = 0$ $\Leftrightarrow z^2 + 45 \cdot z + 506,25 = 182,25$ $\Leftrightarrow (z + 22,5)^2 = 182,25$ $\Leftrightarrow z + 22,5 = 13,5 \vee z + 22,5 = -13,5$ $\Leftrightarrow z = -9 \vee z = -36$ $\Leftrightarrow x^2 = -9 \vee x^2 = -36$ (Rücksubstitution) unlösbar
10	Lösen Sie die Gleichung $5 \cdot x^4 - 40 \cdot x^2 - 45 = 0$	$5 \cdot x^4 - 40 \cdot x^2 - 45 = 0$ $\Leftrightarrow 5 \cdot z^2 - 40 \cdot z - 45 = 0$, Substitution mit $x^2 = z$ $\Leftrightarrow z^2 - 8 \cdot z - 9 = 0$ $\Leftrightarrow z^2 - 8 \cdot z + 16 = 25$ $\Leftrightarrow (z - 4)^2 = 25$ $\Leftrightarrow z - 4 = 5 \vee z - 4 = -5$ $\Leftrightarrow z = 9 \vee z = -1$ $\Leftrightarrow x^2 = 9 \vee x^2 = -1$ (unlösbar) (Rücksubstitution) $\Leftrightarrow x = 3 \vee x = -3$