Ganzrationale Funktionen

Ganzrationale Funktionen sind Funktionen, deren Gleichung sich auf die Form

$$f(x) = a_n\, x^n + a_{n-1}\, x^{n-1} + \cdots + a_1\, x + a_0$$

bringen lässt (wobei a_n, a_{n-1} , … a_1, a_0 reelle Zahlen sind und a_n ungleich Null sein muss).

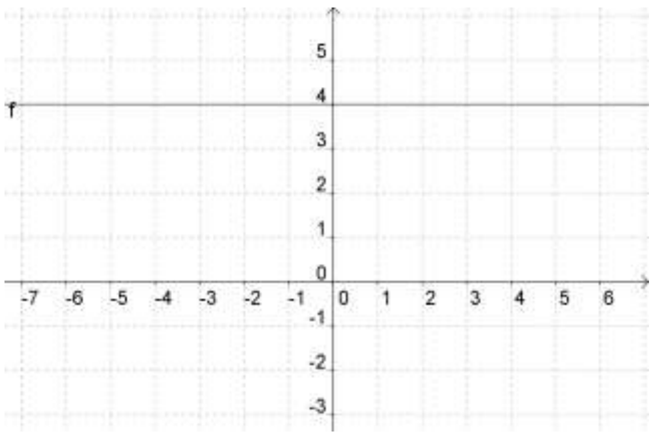
Ein solcher Funktionsterm $(a_n\, x^n + a_{n-1}\, x^{n-1} + \cdots + a_1\, x + a_0)$ heißt **Polynom**.

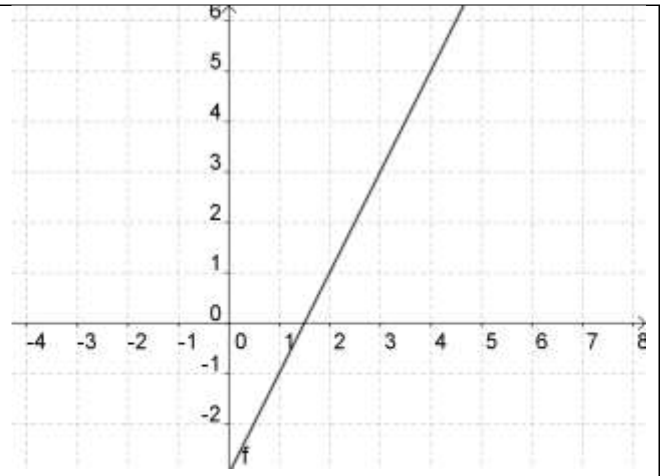
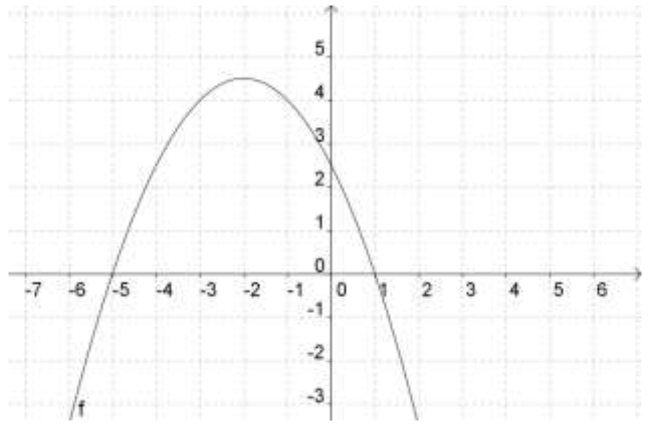
Der höchste im Polynom auftretende Exponent heißt **Grad**. Er gibt in einer nach oben offenen Skala sozusagen an, in welcher „Liga“ das Polynom spielt.

Die Vorfaktoren a_n, a_{n-1} , … a_1, a_0 heißen Koeffizienten, a_n heißt **Leitkoeffizient**, a_0 heißt **Absolutglied** oder **y-Achsenabschnitt**.

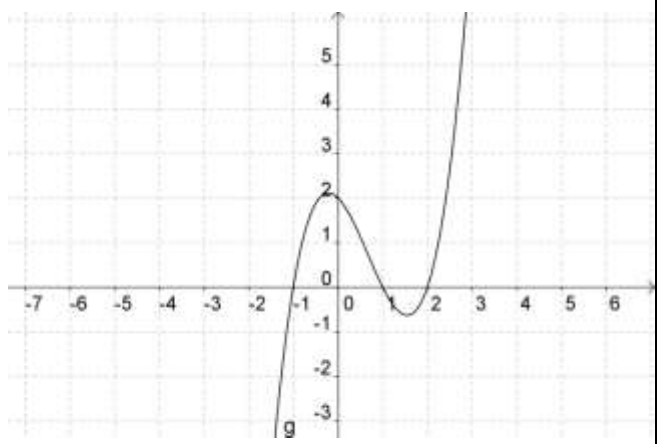
Du kennst schon jede Menge ganzrationaler Funktionen:

Zu den ganzrationalen Funktionen zählen viele längst bekannte Funktionen, z.B. alle

konstanten Funktionen Grad 0* Graph: waagerechte Gerade *(* Was man nicht unbedingt wissen muss: Es gibt eine Ausnahme: Die Nullfunktion f mit f (x) = 0 ist auch eine konstante Funktion, hat aber den Grad minus unendlich).*	z.B. f (x) = 4 
linearen Funktionen (außer den konstanten) (Grad 1)	z.B. f (x) = 2 x – 3

	
quadratischen Funktionen (Grad 2)	z.B. $f(x) = -0{,}5\,x^2 - 2\,x + 2{,}5$ 

Die ersten ganzrationalen Funktionen, die uns *neu* begegnen, sind die sogenannten kubischen Funktionen.

kubische Funktionen (Grad 3)	z.B. $f(x) = x^3 - 2\,x^2 - x + 2$ 

In jeder „Liga“ (also zu jedem Grad) gibt es eine allereinfachste ganzrationale Funktion: $f(x) = x^n$

und ihre Vielfachen $f(x) = a_n\,x^n$, $a_n \in \mathbb{R}$ mit $a_n \neq 0$.

Funktionen dieser Art heißen **Potenzfunktionen**.

Wer sich damit näher beschäftigen möchte, findet unter folgendem Link ein Leitprogramm dazu. Es führt leicht verständlich aber auch sehr ausführlich in den Umgang mit Potenzfunktionen ein:
http://schule.educomet.de/images/LeitprogrammPotenzfunktionen.pdf

Kleine Werbeeinlage für ganzrationale Funktionen

Ganzrationale Funktionen sind außerordentlich nützlich – vor allem, weil sie so einfach sind.
Vielleicht klingt es nicht unmittelbar einleuchtend, was z.B. an der Funktion f mit
$f(x) = x^{12} - 4x^6 - 3$
"einfach" sein soll. Aber im Vergleich zu *anderen* Funktionenklassen sind die ganzrationalen Funktionen eher übersichtlich.
Setzt man eine rationale Zahl ein, so kommt auch eine rationale Zahl als Funktionswert heraus (- auch wenn das für Nichtmathematiker noch nicht sehr beeindruckend klingen mag).
Eine ganzrationale Funktion ist immer stetig (in einer Linie durchzuzeichnen), differenzierbar (also z.B. ohne „Knick“), hat als Definitionsmenge die reellen Zahlen (d.h.: Man kann einsetzen, was man will).
Eine ganzrationale Funktion hat höchstens so viele Nullstellen, wie ihr Grad angibt,
mindestens eine lokale Extremstellen weniger, als ihr Grad angibt,
mindestens zwei Wendestellen weniger, als ihr Grad angibt.
Eine ganzrationale Funktion wird beim Ableiten grundsätzlich einfacher (da sich ihre Grad dabei um 1 verringert, wenn die Funktion nicht eh schon konstant ist) und lässt sich standardmäßig integrieren. Beides sieht bei anderen Funktionen deutlich komplizierter aus.

Checklists
Check, ob du dich mit ganzrationalen Funktionen vom Grad 3 auskennst: hier
Check, ob du dich mit ganzrationalen Funktionen vom Grad 4 auskennst: hier
Check, ob du Steckbriefaufgaben lösen kannst: hier

Siehe: Links ganzrationale Funktionen