

## Übungsaufgaben Zinseszinsrechnung

Nr	Aufgabe	Lösung
1	Ein Betrag von 6 000,00 € wird für fünf Jahre zu einem festen jährlichen Zins von 3% angelegt. Welcher Betrag wird nach dem Ende der Laufzeit ausgezahlt?	$K_0 = 6\,000$ ; $q = 1,03$ ; $n = 5$ $K_5 = 6\,000 \cdot 1,03^5 = \underline{6\,955,64}$ Nach fünf Jahren werden 6 955,64 € ausgezahlt.
2	Welchen Betrag muss man anlegen, um nach 10 Jahren über 20 000,00 € verfügen zu können, wenn der Zinssatz bei 4,5% liegt?	$q = 1,045$ ; $n = 10$ ; $K_{10} = 20\,000$ $K_0 \cdot 1,045^{10} = 20\,000$ $\Leftrightarrow K_0 = 20\,000 / 1,045^{10} = \underline{12\,878,56}$ Bei den genannten Konditionen muss man mindestens 12 878,56 € anlegen, um das gesetzte Ziel zu erreichen.
3	Nach wie vielen Jahren ist ein eingesetzte Kapital von 40 000 € bei einer jährlichen Verzinsung von 3% bzw. 5% auf 80 000 € angewachsen?	$K_0 = 40\,000$ ; $q = 1,03$ ; $K_n = 80\,000$ $80\,000 = 40\,000 \cdot 1,03^n$ $\Leftrightarrow 2 = 1,03^n$ $\Leftrightarrow n = \frac{\log_{10}(1,03)}{\log_{10}(2)} \approx \underline{23,4}$  $q = 1,05$ $K_n = 2 \cdot K_0$ $2 \cdot K_0 = K_0 \cdot 1,05^n$ $\Leftrightarrow 2 = 1,05^n$ $\Leftrightarrow n = \frac{\log_{10}(1,05)}{\log_{10}(2)} \approx \underline{14,2}$  Bei einer Verzinsung von 3% sind 23,4 Jahre erforderlich. Bei einer Verzinsung mit 5% dauert es lediglich 14,2 Jahre.
4	Welche jährliche Verzinsung ist erforderlich, damit sich das Startkapital nach 5 Jahren verdoppelt?	$n = 5$ ; $K_n = 2 \cdot K_0$ $2 \cdot K_0 = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^5$ $\Leftrightarrow 2 = \left(1 + \frac{p}{100}\right)^5$ $\Leftrightarrow 1,149 = 1 + \frac{p}{100}$ $\Leftrightarrow p = \underline{14,9}$  Um eine Verdoppelung innerhalb von 5 Jahren zu erreichen, müsste die jährliche Verzinsung bei ca. 14,9% liegen.
5	Jemand zahlt auf sein Sparkonto zusätzlich zu seinem bisher Gesparten	<i>Bemerkung 1: Da es sich nicht um eine einfache Zinseszinsaufgabe handelt, deren Angaben sich in der Zinseszinsformel vollständig erfassen lassen, verwendet man für den Anfangsbetrag besser <math>G_0</math> (Guthaben zum</i>

sofort 4 000 € ein, nach 4 Jahren wieder 4 000 € und noch ein Jahr später zum dritten Mal 4 000 €. Nach insgesamt 8 Jahren besitzt er ein Guthaben von 17 584,22 €. Wie hoch war der Kontostand auf dem Sparbuch vor der ersten Einzahlung von 4 000 €, wenn das Guthaben nur mit 3,5% verzinst worden ist?

Zeitpunkt 0) statt  $K_0$ .

Bemerkung 2: Man kann die Aufgabe mit Hilfe einer einzigen Gleichung oder Schritt für Schritt lösen. Hier wird nur die erste Möglichkeit vorgerechnet:

$$(((G_0 + 4\,000) \cdot 1,035^4 + 4\,000) \cdot 1,035 + 4\,000) \cdot 1,035^3 = 17\,584,22$$

$$\Leftrightarrow ((G_0 + 4\,000) \cdot 1,035^4 + 4\,000) \cdot 1,035 + 4\,000 = 17\,584,22 : 1,035^3$$

$$\Leftrightarrow ((G_0 + 4\,000) \cdot 1,035^4 + 4\,000) \cdot 1,035 = 17\,584,22 : 1,035^3 - 4\,000$$

$$\Leftrightarrow (G_0 + 4\,000) \cdot 1,035^4 + 4\,000 = (17\,584,22 : 1,035^3 - 4\,000) : 1,035$$

$$\Leftrightarrow (G_0 + 4\,000) \cdot 1,035^4 = (17\,584,22 : 1,035^3 - 4\,000) : 1,035 - 4\,000$$

$$\Leftrightarrow G_0 + 4\,000$$

$$= ((17\,584,22 : 1,035^3 - 4\,000) : 1,035 - 4\,000) : 1,035^4$$

$$\Leftrightarrow G_0 = ((17\,584,22 : 1,035^3 - 4\,000) : 1,035 - 4\,000) : 1,035^4 - 4\,000 \approx \underline{\underline{2\,500,00}}$$

Sein Guthaben belief sich zu Beginn auf 2 500 €.