Kurvendiskussion: $f(x) = (x^2 + x - 2) \cdot e^{2x-1}$

$f(x) = (x^2 + x - 2) \cdot e^{2x-1}$

Ableitungen:

$f'(x) = (2x + 1) \cdot e^{2x-1} + (x^2 + x - 2) \cdot e^{2x-1} \cdot 2$ (Ketten- und Produktregel)
$= (2x + 1) \cdot e^{2x-1} + (2x^2 + 2x - 4) \cdot e^{2x-1}$
$= \underline{\underline{(2x^2 + 4x - 3) \cdot e^{2x-1}}}$
$f''(x) = (4x + 4) \cdot e^{2x-1} + (2x^2 + 4x - 3) \cdot e^{2x-1} \cdot 2$
$= (4x + 4) \cdot e^{2x-1} + (4x^2 + 8x - 6) \cdot e^{2x-1}$
$= \underline{\underline{(4x^2 + 12x - 2) \cdot e^{2x-1}}}$
$f'''(x) = (8x + 12) \cdot e^{2x-1} + (4x^2 + 12x - 2) \cdot e^{2x-1} \cdot 2$
$= (8x + 12) \cdot e^{2x-1} + (8x^2 + 24x - 4) \cdot e^{2x-1}$
$= \underline{\underline{(8x^2 + 32x + 8) \cdot e^{2x-1}}}$

Definitionsmenge:
$D_{max}(f) = \mathbb{R}$

Symmetrie:
$f(-x) = ((-x)^2 - x - 2)\, e^{-2x-1} = (x^2 - x - 2)\, e^{-2x-1} \neq f(x)$ aber auch $\neq -f(x)$
also: keine Symmetrie zum Koordinatensystem.

Achsenschnittpunkte:
Schnittpunkt mit der y-Achse:
$f(0) = -2 \cdot e^{-1}$, also S_y $\underline{(0 \mid -2/e)}$;
Schnittpunkte mit der x-Achse:
$f(x) = 0$
$\Leftrightarrow (x^2 + x - 2) \cdot e^{2x-1} = 0$ | Satz vom Nullprodukt
$\Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \vee e^{2x-1} = 0$ | rechte Gleichung hat keine Lösung
$\Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0$ | quadratische Ergänzung: $+ 2 + \frac{1}{4}$
$\Leftrightarrow x^2 + x + \frac{1}{4} = 2{,}25$
$\Leftrightarrow (x + \frac{1}{2})^2 = 2{,}25$ | $\pm\sqrt{}$
$\Leftrightarrow x + \frac{1}{2} = 1{,}5 \vee x + \frac{1}{2} = -1{,}5$ | $- \frac{1}{2}$
$\Leftrightarrow x = 1 \vee x = -2$
S_{x1} $\underline{(-2 \mid 0)}$; S_{x2} $\underline{(1 \mid 0)}$

Verhalten für betraglich große x:

$(x^2 + x - 2) \xrightarrow[x\to\infty]{} \infty$; $e^{2x-1} \xrightarrow[x\to\infty]{} \infty$; “$\infty \cdot \infty = \infty$”,

also $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \underline{\underline{\infty}}$

$(x^2 + x - 2) \xrightarrow[x\to-\infty]{} \infty$; $e^{2x-1} \xrightarrow[x\to-\infty]{} 0$; “e-Funktion bestimmt Grenzwert stärker als ganzrationale”,

also $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \underline{\underline{0}}$

<u>lokale Extrema:</u>

<u>notwendige Bedingung</u>: $f'(x) = 0$

$(2x^2 + 4x - 3) \cdot e^{2x-1}$ | Satz vom Nullprodukt

$\Leftrightarrow 2x^2 + 4x - 3 = 0 \vee e^{2x-1} = 0$ | linke Gleichung geteilt durch 2; rechte Gleichung unlösbar

$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 1{,}5 = 0$ | $+ 1{,}5 + (2/2)^2$ (quadratische Ergänzung)

$\Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 = 1{,}5 + 1$ | binomische Formel

$\Leftrightarrow (x + 1)^2 = 2{,}5$ | $\pm\sqrt{}$

$\Leftrightarrow x + 1 = \sqrt{2{,}5} \vee x + 1 = -\sqrt{2{,}5}$ | -1

$\Leftrightarrow x \approx 0{,}58 \vee x \approx -2{,}58$

<u>hinreichende Bedingung</u>: $f'(x) = 0 \wedge f''(x) \neq 0$

$f''(-2{,}58) \approx -0{,}1 < 0$, also lok. Maximalstelle bei $x = -2{,}58$

$f''(0{,}58) \approx 7{,}4 > 0$, also lok. Minimalstelle bei $x = 0{,}58$

$f(-2{,}58) \approx 0{,}044$, <u>lok. H.P. (-2,58 ; 0,044)</u>

$f(0{,}58) = -1{,}3$, <u>lok. T.P. (0,58 ; -1,3)</u>

<u>Wendepunkte:</u>

<u>notwendige Bedingung</u>: $f''(x) = 0$

$(4x^2 + 12x - 2) \cdot e^{2x-1} = 0$ | Satz vom Nullprodukt

$\Leftrightarrow 4x^2 + 12x - 2 = 0 \vee e^{2x-1} = 0$ | linke Gleichung : 4; rechte Gleichung unlösbar

$\Leftrightarrow x^2 + 3x - \frac{1}{2} = 0$ | $+ \frac{1}{2} + (3/2)^2$ (quadratische Ergänzung)

$\Leftrightarrow x \approx 0{,}158 \vee x \approx -3{,}158$

hinreichende Bedingung: $f''(x) = 0 \wedge f'''(x) \neq 0$

$f'''(-3{,}158) = (8 \cdot (-3{,}158)^2 + 32 \cdot (-3{,}158) + 8) \cdot e^{2\cdot(-3{,}158)-1} \neq 0$,

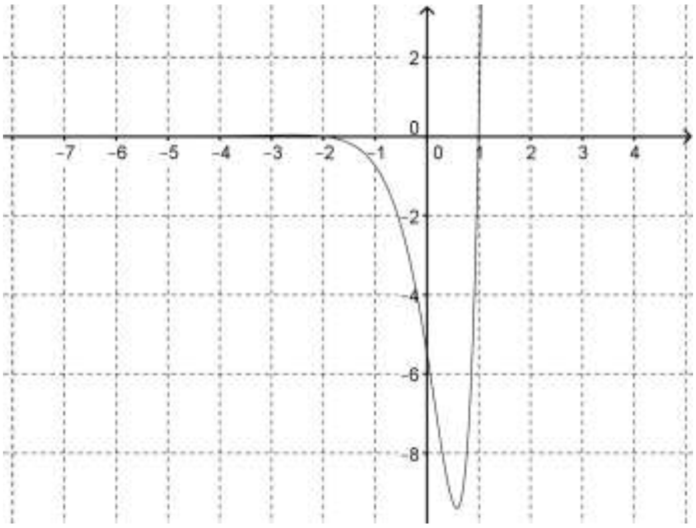
also Wendestelle bei $x \approx -3{,}158$

$f'''(0{,}158) = (8 \cdot (0{,}158)^2 + 32 \cdot (0{,}158) + 8) \cdot e^{2\cdot(0{,}158)-1} \neq 0$,

also Wendestelle bei $x \approx 0{,}158$

$f(-3{,}158) \approx 0{,}003$, also <u>W.P.$_1$(-3,158 ; 0,003)</u>

$f(0{,}158) \approx -0{,}16$, also <u>W.P.$_2$(4 ; -0,16)</u>



2
0
-7
-6
-5
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4
-2
-4
-6
-8