Kurvendiskussion sinh (x)

sinh (x) = $\frac{e^x - e^{-x}}{2} = \frac{1}{2}e^x - \frac{1}{2}\frac{1}{e^x} = \frac{1}{2}\left(e^x - \frac{1}{e^x}\right)$

Definitionsmenge:

$D_{max}(\sinh) = \underline{\underline{\mathbb{R}}}$

Ableitungen:

$\sinh'(x) = \frac{1}{2}e^x - \frac{1}{2}(-1)\cdot e^{-x} = \frac{1}{2}e^x + \frac{1}{2}\cdot e^{-x} = \frac{1}{2}\left(e^x + \frac{1}{e^x}\right) = \cosh(x)$

$\sinh''(x) = \frac{1}{2}e^x + \frac{1}{2}(-1)\cdot e^{-x} = \frac{1}{2}e^x - \frac{1}{2}\cdot e^{-x} = \frac{1}{2}\left(e^x - \frac{1}{e^x}\right) = \sinh(x)$

$\sinh'''(x) = \cosh(x)$ (siehe oben)

Symmetrie:

$\sinh(-x) = \frac{e^{-x} - e^x}{2} = -\frac{e^x - e^{-x}}{2} = -\sinh(x)$

Also Punktsymmetrie zum Ursprung.

Achsenschnittpunkte:

$\sinh(0) = 0$

$\underline{S_y(0 \mid 0)}$;

$\sinh(x) = 0$

$\frac{e^x - e^{-x}}{2} = 0$

$\Leftrightarrow e^x = e^{-x} \mid \ln$

$x = -x \mid +x$

$2x = 0 \mid :2$

$x = \underline{\underline{0}}$.

$\underline{S_x(0 \mid 0)}$

Verhalten für betraglich große x:

[etwas unmathematisches Austesten: $f(-10) \approx -11012{,}7$] $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \underline{\underline{-\infty}}$

[etwas unmathematisches Austesten: $f(10) \approx 11012{,}7$] $\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = \underline{\underline{\infty}}$

(**Bem.**: Das zweitere ergibt sich dann auch aus der Symmetrie.)

lokale Extrema:

notwendige Bedingung: $\sinh'(x) = 0$

$\frac{1}{2}\left(e^x + \frac{1}{e^x}\right) = 0 \mid \cdot 2$

$\Leftrightarrow e^x + \frac{1}{e^x} = 0 \mid -\frac{1}{e^x}$

$\Leftrightarrow e^x = -\frac{1}{e^x}$ unlösbar, da $e^x > 0$, $-\frac{1}{e^x} < 0$.

Es gibt keine Extrempunkte.

Wendepunkte:
notwendige Bedingung: $\sinh''(x) = 0$
$\sinh(x) = 0$
$\Leftrightarrow x = 0$ (siehe oben)
hinreichende Bedingung: $\sinh''(x) = 0 \wedge \sinh'''(x) \neq 0$

$\sinh'''(0) = \frac{1}{2}(e^x + \frac{1}{e^x}) = \frac{1}{2}(1 + 1) = 1 \neq 0$, d.h. Wendestelle bei $x = 0$.

W.P.(0 | 0)