Kurvendiskussion $-x^3 + 1{,}5 \cdot x^2 + 18 \cdot x - 40{,}5$

$f(x) = -x^3 + 1{,}5 \cdot x^2 + 18 \cdot x - 40{,}5$; $x \in \mathbb{R}$
$f'(x) = -3 \cdot x^2 + 3 \cdot x + 18$
$f''(x) = -6 \cdot x + 3$
$f'''(x) = -6$

Symmetrie:
Es liegt keine Symmetrie zum Koordinatensystem vor, da der Funktionsterm in der Normalform sowohl gerade als auch ungerade Exponenten enthält.

Fernverhalten (Verhalten für betraglich große x):
Der Graph von f verläuft vom II. Quadranten in den IV. Quadranten, da der Leitkoeffizient negativ und der Grad ungerade ist.

Schnittpunkt mit der y-Achse:
$f(0) = -40{,}5$, also $S_y(0 ; -40{,}5)$;
Schnittpunkt(e) mit der x-Achse:
$f(x) = 0$
$\Leftrightarrow -x^3 + 1{,}5 \cdot x^2 + 18 \cdot x - 40{,}5 = 0$
systematisches Probieren: $f(3) = 0$
Horner-Schema bzw. Polynomdivision:
$(-x^3 + 1{,}5x^2 + 18x - 40{,}5) : (x - 3) = -x^2 - 1{,}5x + 13{,}5$
$\underline{-(-x^3 + 3x^2)}$
$-1{,}5x^2 + 18x$
$\underline{-(-1{,}5x^2 + 4{,}5x)}$
$13{,}5x - 40{,}5$
$\underline{-(13{,}5x - 40{,}5)}$
0
also: $x = 3 \vee -x^2 - 1{,}5 \cdot x + 13{,}5 = 0$
$\Leftrightarrow x=3 \vee x^2 + 1{,}5 \cdot x - 13{,}5 = 0$
$\Leftrightarrow x=3 \vee x^2 + 1{,}5 \cdot x + 0{,}5625 = 14{,}0625$
$\Leftrightarrow x=3 \vee (x + 0{,}75)^2 = 14{,}0625$
$\Leftrightarrow x=3 \vee x + 0{,}75 = 3{,}75 \vee x + 0{,}75 = -3{,}75$
$\Leftrightarrow x=3 \vee x = 3 \vee x = -4{,}5$
$S_{x1}(-4{,}5 ; 0)$; $S_{x2}(3 ; 0)$

Extrempunkt(e) / Sattelpunkt(e):
notw. Bed.: $f'(x) = 0$
$-3 \cdot x^2 + 3 \cdot x + 18 = 0$
$\Leftrightarrow x^2 - x - 6 = 0$
$\Leftrightarrow x^2 - x + 0{,}25 = 6{,}25$
$\Leftrightarrow (x - 0{,}5)^2 = 6{,}25$
$\Leftrightarrow x - 0{,}5 = 2{,}5 \vee x - 0{,}5 = -2{,}5$
$\Leftrightarrow x = 3 \vee x = -2$
hinr. Bed.: $f'(x) = 0 \wedge f''(x) \neq 0$
$f''(-2) = 15 > 0$, d.h. lok. Minimalstelle bei $x = -2$
$f''(3) = -15 < 0$, d.h. lok. Maximalstelle bei $x = 3$
lok. T.P. $(-2 ; -62{,}5)$; lok. H.P. $(3 ; 0)$

Wendepunkt(e):

notw. Bed.: $f''(x) = 0$

$-6 \cdot x + 3 = 0$

$\Leftrightarrow -6 \cdot x = -3$

$\Leftrightarrow x = 0{,}5$

hinr. Bed.: $f''(x) = 0 \wedge f'''(x) \neq 0$

$f'''(0{,}5) = -6 \neq 0$, d.h. Wendestelle bei $x = 0{,}5$

W.P. $(0{,}5\,;\,-31{,}25)$