

Kurvendiskussion $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x$

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x$$

Definitionsmenge:

$$D_{\max}(f) = \mathbb{R}$$

Ableitungen:

$$f'(x) = x^2 - x - 2$$

$$f''(x) = 2x - 1$$

$$f'''(x) = 2$$

Symmetrie:

Es liegt keine Symmetrie zum Koordinatensystem vor, da der Funktionsterm in der Normalform sowohl gerade als auch ungerade Exponenten enthält.

Verhalten für betraglich große x („Fernverhalten“):

Der Graph von f verläuft vom III. Quadranten in den I. Quadranten, da der Leitkoeffizient positiv und der Grad ungerade ist.

Schnittpunkt mit der y-Achse:

$$f(0) = 0, \text{ also } S_y(0; 0);$$

Schnittpunkte mit der x-Achse:

$$f(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3} \cdot x^3 - 0,5 \cdot x^2 - 2 \cdot x = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \vee \frac{1}{3} \cdot x^2 - 0,5 \cdot x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \vee x^2 - 1,5 \cdot x - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \vee x^2 - 1,5 \cdot x + 0,5625 = 6,5625$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \vee (x - 0,75)^2 = 6,5625$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \vee x - 0,75 = 2,56 \vee x - 0,75 = -2,56$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \vee x \approx 3,31 \vee x \approx -1,81$$

$$S_{x1}(-1,8; 0); S_{x2}(0; 0); S_{x3}(3,3; 0)$$

Extrempunkt(e) / Sattelpunkt(e):

notw. Bed.: $f'(x) = 0$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x + 0,25 = 2,25$$

$$\Leftrightarrow (x - 0,5)^2 = 2,25$$

$$\Leftrightarrow x - 0,5 = 1,5 \vee x - 0,5 = -1,5$$

$$\Leftrightarrow x = 2 \vee x = -1$$

hinr. Bed.: $f'(x) = 0 \wedge f''(x) \neq 0$

$$f''(-1) = -3 < 0, \text{ d.h. lok. Maximalstelle bei } x = -1$$

$f''(2) = 3 > 0$, d.h. lok. Minimalstelle bei $x = 2$
lok. H.P. $(-1; 1,1\bar{6})$; lok. T.P. $(2; -3,3)$

Wendepunkt(e):

notw. Bed.: $f''(x) = 0$

$$2 \cdot x - 1 = 0 \quad | +1$$

$$\Leftrightarrow 2 \cdot x = 1 \quad | :2$$

$$\Leftrightarrow x = 0,5$$

hinr. Bed.: $f''(x) = 0 \wedge f'''(x) \neq 0$

$f'''(0,5) = 2 \neq 0$, d.h. Wendestelle bei $x = 0,5$

$f(0,5) = -1,08\bar{3}$, also W.P. $(0,5 | -1,08\bar{3})$

