LORE LORENTZ SCHULE

Kurvendiskussion $2 \cdot x^3 - 3 \cdot x^2 - 12 \cdot x + 9$

$f(x) = 2 \cdot x^3 - 3 \cdot x^2 - 12 \cdot x + 9$

Definitionsmenge:
$D_{max}(f) = \mathbb{R}$

Ableitungen:
$f'(x) = 6 \cdot x^2 - 6 \cdot x - 12$
$f''(x) = 12 \cdot x - 6$
$f'''(x) = 12$

Symmetrie:
Es liegt keine Symmetrie zum Koordinatensystem vor, da der Funktionsterm in der Normalform sowohl gerade als auch ungerade Exponenten enthält.

Fernverhalten (Verhalten für betraglich große x):
Der Graph von f verläuft vom III. Quadranten in den I. Quadranten, da der Leitkoeffizient positiv und der Grad ungerade ist.

Schnittpunkt mit der y-Achse:
$f(0) = 9$, also $S_y(0;9)$;

Schnittpunkte mit der x-Achse:
$f(x) = 0$
$\Leftrightarrow 2 \cdot x^3 - 3 \cdot x^2 - 12 \cdot x + 9 = 0$
systemat. Probieren: $f(3) = 0$
Polynomdivision: *
$(2 \cdot x^3 - 3 \cdot x^2 - 12 \cdot x + 9) : (x - 3) = 2 \cdot x^2 + 3 \cdot x - 3$
$-(2x^3 - 6x^2)$
$3x^2 - 12x$
$-(3x^2 - 9x)$
$-3x + 9$
$-(-3x + 9)$
0
$x = 3 \vee 2 \cdot x^2 + 3 \cdot x - 3 = 0$
$\Leftrightarrow x=3 \vee x^2 + 1{,}5 \cdot x - 1{,}5 = 0$
$\Leftrightarrow x=3 \vee x^2 + 1{,}5 \cdot x + 0{,}5625 = 2{,}0625$
$\Leftrightarrow x=3 \vee (x + 0{,}75)^2 = 2{,}0625$
$\Leftrightarrow x=3 \vee x + 0{,}75 \approx 1{,}44 \vee x + 0{,}75 \approx -1{,}44$
$\Leftrightarrow x=3 \vee x \approx 0{,}69 \vee x \approx -2{,}19$
$S_{x1}(-2{,}2;0)$; $S_{x2}(0{,}7;0)$; $S_{x3}(3;0)$

Extrempunkt(e) / Sattelpunkt(e):

* alternativ: Horner-Schema

notwendige Bedingung: $f'(x) = 0$

$6 \cdot x^2 - 6 \cdot x - 12 = 0$

$\Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0$

$\Leftrightarrow x^2 - x + 0{,}25 = 2{,}25$

$\Leftrightarrow (x - 0{,}5)^2 = 2{,}25$

$\Leftrightarrow x - 0{,}5 = 1{,}5 \vee x - 0{,}5 = -1{,}5$

$\Leftrightarrow x = 2 \vee x = -1$

hinreichende Bedingung: $f'(x) = 0 \wedge f''(x) \neq 0$

$f''(-1) = -18 < 0$, d.h. lok. Maximalstelle bei $x = -1$

$f''(2) = 18 > 0$, d.h. lok. Minimalstelle bei $x = 2$

lok. H.P. $(-1 ; 16)$; lok. T.P. $(2 ; -11)$

Wendepunkte:

notwendige Bedingung: $f''(x) = 0$

$12 \cdot x - 6 = 0$

$\Leftrightarrow 12 \cdot x = 6$

$\Leftrightarrow x = 0{,}5$

hinreichende Bedingung: $f''(x) = 0 \wedge f'''(x) \neq 0$

$f'''(0{,}5) = 12$ ungleich 0 , d.h. Wendestelle bei $x = 0{,}5$

W.P. $(0{,}5 \mid 2{,}5)$