# Kurvendiskussion $3\cdot x^4 + 4\cdot x^3 - 36\cdot x^2$

**$f(x) = 3\cdot x^4 + 4\cdot x^3 - 36\cdot x^2$**

Definitionsmenge: $D(f) = \mathbb{R}$

Ableitungen:
$f'(x) = 12\cdot x^3 + 12\cdot x^2 - 72\cdot x$
$f''(x) = 36\cdot x^2 + 24\cdot x - 72$
$f'''(x) = 72\cdot x + 24$

**Symmetrie:**
Es liegt keine Symmetrie zum Koordinatensystem vor, da der Funktionsterm in der Normalform sowohl gerade als auch ungerade Exponenten enthält.

**Verhalten für betraglich große x („Fernverhalten"):**
Der Graph von f verläuft vom III. Quadranten in den I. Quadranten, da der Leitkoeffizient a=1 positiv und der Grad n=3 ungerade ist.
*oder anders ausgedrückt:*
**Grenzwerte:**
$\lim_{x\to\infty} f(x) = \infty$ und $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ , da der Leitkoeffizient positiv und der Grad ungerade ist.

**Schnittpunkt mit der y-Achse:**
$f(0) = 0$, also $S_y(0;0)$;
**Schnittpunkte mit der x-Achse:**
$f(x) = 0$
$\Leftrightarrow 3\cdot x^4 + 4\cdot x^3 - 36\cdot x^2 = 0$
$\Leftrightarrow x^2 = 0 \vee 3\cdot x^2 + 4\cdot x - 36 = 0$
$\Leftrightarrow x = 0 \vee x^2 + \frac{4}{3}\cdot x - 12 = 0$
$\Leftrightarrow x=0 \vee x^2 + \frac{4}{3}\cdot x + 0,\overline{4} = 12,\overline{4}$
$\Leftrightarrow x=0 \vee (x + \frac{2}{3})^2 = 12,\overline{4}$
$\Leftrightarrow x=0 \vee x + \frac{2}{3} \approx 3,53 \vee x + \frac{2}{3} \approx -3,53$
$\Leftrightarrow x=0 \vee x \approx 2,86 \vee x \approx -4,20$
$S_{x1}(-4,2;0)$; $S_{x2}(0;0)$; $S_{x3}(2,9;0)$

**Extrempunkt(e) / Sattelpunkt(e):**
notwendige Bedingung: $f'(x) = 0$
$12 \cdot x^3 + 12 \cdot x^2 - 72 \cdot x = 0$
$\Leftrightarrow x = 0 \lor 12 \cdot x^2 + 12 \cdot x - 72 = 0$
$\Leftrightarrow x = 0 \lor x^2 + x - 6 = 0$
$\Leftrightarrow x = 0 \lor x^2 + x + 0{,}25 = 6{,}25$
$\Leftrightarrow x = 0 \lor (x + 0{,}5)^2 = 6{,}25$
$\Leftrightarrow x = 0 \lor x + 0{,}5 = 2{,}5 \lor x + 0{,}5 = -2{,}5$
$\Leftrightarrow x = 0 \lor x = 2 \lor x = -3$
hinr. Bed.: $f'(x) = 0 \land f''(x) \neq 0$
$f''(-3) = 180 > 0$, d.h. lok. Minimalstelle bei $x = -3$
$f''(0) = -72 < 0$, d.h. lok. Maximalstelle bei $x = 0$
$f''(2) = 120 > 0$, d.h. lok. Minimalstelle bei $x = 2$
lok.T.P.$_1$ ( -3 ; -189 ); lok. H.P. ( 0 ; 0 );
lok. T.P.$_2$ ( 2 ; -64 )

**Wendepunkt(e):**
notw. Bed.: $f''(x) = 0$
$36 \cdot x^2 + 24 \cdot x - 72 = 0$
$\Leftrightarrow x^2 + 2/3 \cdot x - 2 = 0$
$\Leftrightarrow x^2 + 2/3 \cdot x + 0{,}\overline{1} = 2{,}\overline{1}$
$\Leftrightarrow (x + 1/3)^2 = 2{,}\overline{1}$
$\Leftrightarrow x + 1/3 \approx 1{,}453 \lor x + 1/3 \approx -1{,}453$
$\Leftrightarrow x \approx 1{,}119$ oder $x \approx -1{,}786$
hinr. Bed.: $f''(x) = 0 \land f'''(x) \neq 0$
$f'''(-1{,}79) = -104{,}88 \neq 0$, d.h. Wendestelle bei $x = -1{,}79$
$f'''(1{,}12) = 104{,}64 \neq 0$, d.h. Wendestelle bei $x = 1{,}12$
W.P.$_1$ ( -1,8 ; -108,5 ); W.P.$_2$ ( 1,1 ; -33,8 )