Kurvendiskussion $f(x) = \frac{1}{2x+4}$

$f(x) = \frac{1}{2x+4}$

Definitionsmenge:
Nenner gleich null setzen: 2 x + 4 = 0 | – 4
$\Leftrightarrow$ 2 x = -4 | : 2
$\Leftrightarrow$ x = -2
$D(f) = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$

Ableitungen:
Quotientenregel.
$u(x) = 1$; $u'(x) = 0$
$v(x) = 2x + 4$; $v'(x) = 2$

$$f'(x) = \frac{0 \cdot (2x+4) - 1 \cdot 2}{(2x+4)^2} = -\frac{2}{(2x+4)^2}$$

(Das ist schön genug. Noch schöner wäre: $-\frac{2}{4 \cdot (x+2)^2} = -\frac{1}{2 \cdot (x+2)^2}$)

$$f''(x) = -\frac{0 \cdot (2x+4)^2 - 2 \cdot 2 \cdot (2x+4)}{(2x+4)^4} = \frac{4 \cdot (2x+4)}{(2x+4)^4} = \frac{4}{(2x+4)^3}$$

(Das ist schön genug. Noch schöner wäre: $\frac{4}{(2x+4)^3} = \frac{4}{8 \cdot (x+2)^3} = \frac{1}{2 \cdot (x+2)^3}$)

Symmetrie:
keine Symmetrie zum Koordinatensystem, wie man schon am Definitionsbereich sieht.

Verhalten für betraglich große x (Fernverhalten):
Zählergrad (nämlich 1) ist größer als der Nennergrad (nämlich 0)
daraus folgt:
$\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = 0$ und $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 0$

nichtsenkrechte Asymptote:
$a(x) = 0$ – d.h., die x-Achse ist Asymptote. [*direkte Folgerung aus* $\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = 0$ *und* $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 0$.]

Schnittpunkt mit der y-Achse:
$f(0) = \frac{1}{2 \cdot 0 + 4} = \frac{1}{4}$, also $S_y(0\,;\,\frac{1}{4})$

Schnittpunkt(e) mit der x-Achse:
f (x) = 0 | Zähler gleich null setzen

$\Leftrightarrow 1 = 0$
unlösbar, also gibt es keinen Schnittpunkt mit der x-Achse.

Definitionslücke:
-2 ist einfache Nullstelle des Zählers (also VZW), aber keine Nullstelle des Nenners.
Also ist -2 Polstelle mit Vorzeichenwechsel.

senkrechte Asymptote:
x = -2 [*, da –2 Polstelle ist.*]

Extrempunkt(e) / Sattelpunkt(e):
notw. Bed.: $f'(x) = 0$

$-\frac{2}{(2x+4)^2} = 0$ | Zähler gleich null setzen

$\Rightarrow 2 = 0$
unlösbar, also keine Extremstellen.

Wendepunkt(e):
notw. Bed.: $f''(x) = 0$

$\frac{4}{(2x+4)^3} = 0$ | Zähler gleich null setzen

$\Rightarrow 4 = 0$
unlösbar, also keine Wendestellen.