

Kurvendiskussion $f(x) = \frac{1}{2x+4}$

$$f(x) = \frac{1}{2x+4}$$

Definitionsmenge: Nenner gleich null setzen: $2x + 4 = 0 \mid -4$

$$\Leftrightarrow 2x = -4 \mid :2$$

$$\Leftrightarrow x = -2$$

$$D(f) = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$$

Ableitungen:

Quotientenregel:

$$u(x) = 1; u'(x) = 0$$

$$v(x) = 2x + 4; v'(x) = 2$$

$$f'(x) = \frac{0 \cdot (2x+4) - 1 \cdot 2}{(2x+4)^2} = -\frac{2}{(2x+4)^2}$$

(Das ist schön genug. Noch schöner wäre vielleicht, den Nenner umzuformen:

$$-\frac{2}{4 \cdot (x+2)^2} = -\frac{1}{2 \cdot (x+2)^2})$$

$$f''(x) = -\frac{0 \cdot (2x+4)^2 - 2 \cdot 2 \cdot (2x+4)}{(2x+4)^4} = \frac{4 \cdot (2x+4)}{(2x+4)^4} = \frac{4}{(2x+4)^3}$$

(Das ist schön genug. Noch schöner wäre: $\frac{4}{(2x+4)^3} = \frac{4}{8 \cdot (x+2)^3} = \frac{1}{2 \cdot (x+2)^3}$)

Symmetrie:

keine Symmetrie zum Koordinatensystem, wie man schon an der Definitionsmenge sieht (denn die ist ja nicht symmetrisch zu null).

Fernverhalten (Verhalten für betraglich große x):

Zählergrad (nämlich 1) ist größer als der Nennergrad (nämlich 0)

daraus folgt:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0 \text{ und } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$$

nichtsenkrechte Asymptote:

$a(x) = 0$ – d.h., die x-Achse ist Asymptote. [direkte Folgerung aus $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$

und $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$.]

Schnittpunkt mit der y-Achse:

$$f(0) = \frac{1}{2 \cdot 0 + 4} = \frac{1}{4}, \text{ also } S_y(0; \frac{1}{4})$$

Schnittpunkt(e) mit der x-Achse:

$f(x) = 0 \mid$ Zähler gleich null setzen



$\Leftrightarrow 1 = 0$

unlösbar, also gibt es keinen Schnittpunkt mit der x-Achse.

Definitionslücke:

-2 ist einfache Nullstelle des Zählers (also VZW), aber keine Nullstelle des Nenners. Also ist -2 Polstelle mit Vorzeichenwechsel.

senkrechte Asymptote:

$x = -2$ [, da -2 Polstelle ist.]

Extrempunkt(e) / Sattelpunkt(e):

notwendige Bed.: $f'(x) = 0$

$-\frac{2}{(2x+4)^2} = 0$ | Zähler gleich null setzen

$\Rightarrow 2 = 0$

unlösbar, also keine Extremstellen.

Wendepunkt(e):

notwendige Bed.: $f''(x) = 0$

$\frac{4}{(2x+4)^3} = 0$ | Zähler gleich null setzen

$\Rightarrow 4 = 0$

unlösbar, also keine Wendestellen.

