Kurvendiskussion $f(x) = \frac{1}{x}$

$f(x) = \frac{1}{x}$

Definitionsmenge: Nenner gleich null setzen: $x = 0$
$D(f) = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

Ableitungen:

$f(x) = x^{-1}$, also $f'(x) = -1\,x^{-2} = -\frac{1}{x^2}$

$f'(x) = -x^{-2}$, also $f''(x) = -(-2)\cdot x^{-3} = \frac{2}{x^3}$

$f''(x) = 2\cdot x^{-3}$, also $f'''(x) = 2\cdot(-3)\cdot x^{-4} = -\frac{6}{x^4}$

Symmetrie:

$f(-x) = \frac{1}{-x} = -\frac{1}{x} = -f(x)$, also liegt Punktsymmetrie zum Ursprung vor.

Verhalten für betraglich große x („Fernverhalten“):
Zählergrad (nämlich 1) ist größer als der Nennergrad (nämlich 0)
daraus folgt:
$\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = 0$ und $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 0$

nichtsenkrechte Asymptote:
$a(x) = 0$ – d.h., die x-Achse ist Asymptote. [Dies folgt direkt aus dem Verhalten für betraglich große x.]

Schnittpunkt mit der y-Achse:

$0 \notin D(f)$, also gibt es keinen Schnittpunkt mit der y-Achse.

Schnittpunkt(e) mit der x-Achse:
$f(x) = 0$ | Zähler gleich null setzen
$\Leftrightarrow 1 = 0$
unlösbar, also gibt es keinen Schnittpunkt mit der x-Achse.

Definitionslücke:
0 ist einfache Nullstelle des Zählers (also VZW), aber keine Nullstelle des Nenners.
Also ist 0 Polstelle mit Vorzeichenwechsel.

senkrechte Asymptote:
$x = 0$ [*, da 0 Polstelle ist.*]

Extrempunkt(e) / Sattelpunkt(e):
notw. Bed.: f ´(x) = 0

$-\frac{1}{x^2} = 0$ | Zähler gleich null setzen

$\Rightarrow 1 = 0$
unlösbar, also keine Extremstellen.

Wendepunkt(e):
notw. Bed.: f ´´(x) = 0

$\frac{2}{x^3} = 0$ | Zähler gleich null setzen

$\Rightarrow 2 = 0$
unlösbar, also keine Wendestellen.