Übersicht Begriffe und Aufgabentypen Ganzrationale Funktionen

Funktionsgleichung gegeben (Normalform)	$\mathbf{f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0}$, dabei sind a_n, ..., a_0 irgendwelche Zahlen, nur a_n darf nicht Null sein (Leitkoeffizient)
Funktionsgleichung gegeben (faktorisierte Form, Zerlegung in Linearfaktoren)	$\mathbf{f(x) = a(x - x_1)^{n_1} \cdot \ldots \cdot (x - x_k)^{n_k}}$, dabei sind x_1, ..., x_k die Nullstellen von f, die Exponenten geben ihre Vielfachheit an, also ob es sich z.B. um doppelte Nullstellen handelt. **Hinweis**: Es können auch quadratische Terme als Faktoren „übrig bleiben“, die keine Nullstellen haben und sich daher nicht weiter faktorisieren lassen.
Grad von f	n (also der höchste Exponent in der Normalform)
Leitkoeffizient von f	a_n
Absolutglied bzw. y-Achsenabschnitt	Null einsetzen: $f(0) = a_0$
Funktionswert von f an der Stelle x_0	$f(x_0)$ ausrechnen – also x_0 einsetzen
Stelle, an der f den Wert y_0 annimmt	$f(x) = y_0$ lösen
Punktprobe, ob $(x_0 \mid y_0)$ auf dem Graph von f liegt	$f(x_0)$ ausrechnen und sehen, ob y_0 herauskommt
Differentialrechnung (alles, was mit Steigung des Graphen zu tun hat)	
erste Ableitung(sfunktion) (f´)	$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0$ $\Rightarrow f'(x) = n \cdot a_n x^{n-1} + (n-1) \cdot a_{n-1} x^{n-2} + \ldots + a_1$ (Potenzregel)
zweite und höhere Ableitungen (f´´, ...)	f´ entsprechend oft weiter ableiten. $f''(x) =$ $n \cdot (n-1) \cdot a_n x^{n-2} + (n-2) \cdot (n-1) \cdot a_{n-1} x^{n-3} + \ldots + a_2$
Steigung von f an der Stelle x_0	x_0 in f´ einsetzen: $f'(x_0)$

Stelle, an der f die Steigung m_0 hat	$f'(x) = m_0$ lösen
Gleichung der Tangenten an der Stelle x_0 aufstellen	$t(x) = mx + b$ x_0 in f' einsetzen: $m = f'(x_0)$ b bestimmen mit Hilfe der folg. Gleichung: $m x_0 + b = f(x_0)$
Steigungsverhalten (Monotonieverhalten) untersuchen	Vorzeichentabelle der ersten Ableitung. $f'(x) > 0$ auf $[a; b] \Rightarrow$ f steigt dort $f'(x) < 0$ auf $[a; b] \Rightarrow$ f fällt dort
Krümmungsverhalten untersuchen	Vorzeichentabelle der zweiten Ableitung. $f''(x) > 0$ auf $[a; b] \Rightarrow$ f steigt dort $f''(x) < 0$ auf $[a; b] \Rightarrow$ f fällt dort
Kurvendiskussion (Funktionsuntersuchung unter allen Aspekten)	
maximale Definitionsmenge D_{max}	$D_{max} = \mathbb{R}$
Nullstellen	$f(x) = 0$ lösen
Schnittpunkte mit den Achsen des Koordinatensystems (S_{x1}, ..., S_{xk}, S_y)	y-Achsenabschnitt b ablesen, $S_y(0; b)$ Nullstellen x_1, ..., x_k berechnen (es kann höchstens n geben) und als Punkt ausdrücken ($S_{x1}(x_1; 0)$ usw. ...)
lok. Extrempunkte (lok. H.P. $(x; y)$; lok. T.P. $(x; y)$ und Sattelpunkte	notw. Bed.: $f'(x) = 0$, Lösungen dieser Gleichung sind mögliche Extremstellen hinreichende Bed.: $f'(x) = 0 \wedge f''(x) \neq 0$ alternativ: Überprüfung mit VZW-Kriterium (Vorzeichentabelle von f') Berechnung der y-Koordinate durch Einsetzen in f
Wendepunkte (W.P. $(x; y)$)	notw. Bed.: $f''(x) = 0$,

	Lösungen dieser Gleichung sind mögliche Wendestellen hinreichende Bedingung: $f''(x) = 0 \wedge f'''(x) \neq 0$ alternativ: Überprüfung mit VZW-Kriterium (Vorzeichentabelle von f´) Berechnung der y-Koordinate durch Einsetzen in f
besondere Punkte von f	Schnittpunkt mit der y-Achse, Schnittpunkte mit der x-Achse, lokale Extrempunkte, Sattelpunkte, Wendepunkte
Symmetrie zum Koordinatensystem	In der Normalform treten nur gerade Exponenten auf ⇔ Graph von f achsensymmetrisch zur y-Achse; In der Normalform treten nur ungerade Exponenten auf ⇔ Graph von f punktsymmetrisch zum Ursprung
Fernverhalten Grenzwerte für x gegen $+\infty$ bzw. $-\infty$	positiver Leitkoeffizient ⇔ $\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = \infty$ negativer Leitkoeffizient ⇔ $\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = -\infty$ gerader Grad ⇔ $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to \infty} f(x)$ gerader Grad ⇔ $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\lim\limits_{x \to \infty} f(x)$
Schnittpunkte von zwei Funktionen f und g (S_{fg})	$f(x) = g(x)$ lösen, Lösung in f oder g einsetzen
Graph zu Funktionsgleichung zeichnen	Besondere Punkte einzeichnen und mit deren Hilfe Graph zeichnen; eventuell eine erweiterte Wertetabelle zu Hilfe nehmen.
Funktionsgleichung aufstellen	
1. Fall: Normalform aufstellen aus faktorisierter Form	Klammern ausmultiplizieren
2. Fall: Steckbriefaufgabe. Dabei müssen so viele Angaben aus der	1. Schritt: Ansatz: Gesucht ist z.B. die *Gleichung einer*

Aufgabe verwendet werden, wie Parameter zu bestimmen sind. (gegeben sind z.B. vier Punkte $P_1(x_1; y_1)$, $P_2(x_2; y_2)$, $P_3(x_3; y_3)$ und $P_4(x_4; y_4)$ auf dem Graph einer Funktion vom Grad 3)	*Funktion vom Grad 3* ⇒Ansatz: $f(x) = a x^3 + b x^2 + c x + d$ Gesucht ist z.B. die *Gleichung einer Funktion vom Grad 4 achsensymmetrisch zur y-Achse* ⇒Ansatz: $f(x) = a x^4 + b x^2 + c$ <u>2. Schritt: Gleichungen aufstellen</u> z.B. mit Hilfe *angegebener Punkte* $(x_1; y_1)$ oder (was dasselbe ist) Stellen und zugehöriger Werte oder einer Wertetabelle: $f(x_1) = y_1$, d.h. z.B.: $a \cdot x_1^3 + b \cdot x_1^2 + c \cdot x_1 + d = y_1$ usw. oder mit Hilfe *angegebener Extrema oder Wendestellen* z.B. der Angabe *Extremstelle bei* x_1**:** $f'(x_1) = 0$, d.h. z.B. $3a \cdot x_1^2 + 2b \cdot x_1 + c = 0$ usw. <u>3. Schritt: Gleichungssystem lösen</u>, dazu z.B. wenn a, b und c gesucht sind, mit Additionsverfahren erst c eliminieren (man erhält zwei Gleichungen mit a und b), dann b eliminieren und a berechnen. Dann einsetzen, um erst b und dann c zu erhalten <u>Ergebnis hinschreiben</u>: f (x) = ...