LORE LORENTZ SCHULE

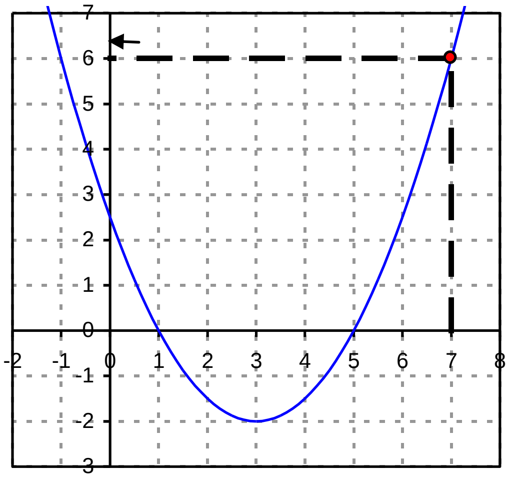
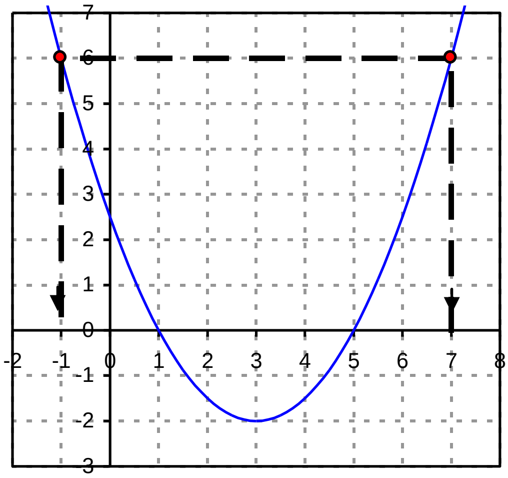
Übersicht Begriffe und Aufgabentypen
Quadratische Funktionen

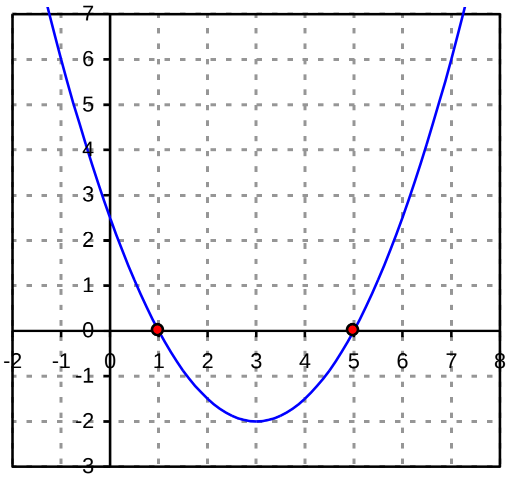
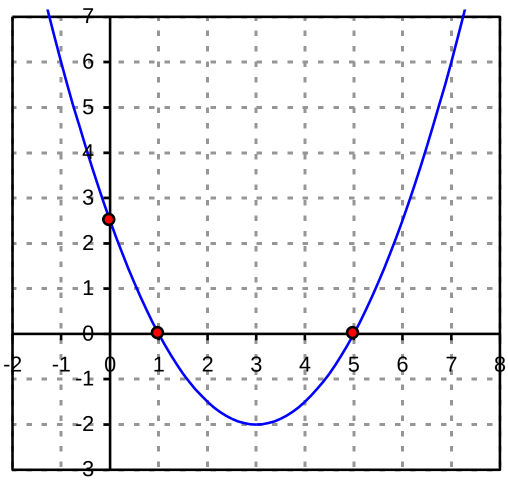
Voraussetzungen für den rechnerischen Umgang mit quadratischen Funktionen ist die Beschäftigung mit Grundtechniken wie Klammern auflösen und der Beherrschung der Binomischen Formeln.

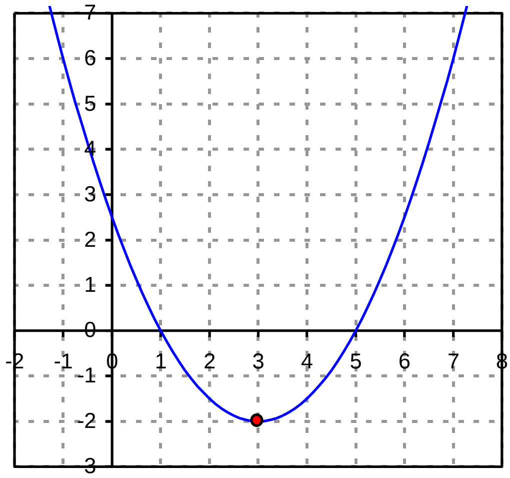
Voraussetzungen	
Klammern auflösen (Distributivgesetze) $(a + b) \cdot (c + d) = ac + ad + bc + bd$	**Beispiel**: $(x + 3) \cdot (x - 8) = x^2 - 8 x + 3 x - 24$ $= x^2 - 5 x - 24$ Arbeitsblatt **Klammern auflösen**
Binomische Formeln (beruhen direkt auf den Distributivgesetzen) $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ $(a + b)\cdot(a - b) = a^2 - b^2$	**Beispiele**: $\mathbf{(x + 3)^2 = x^2 + 6 x + 9}$ $\mathbf{(x - 3)^2 = x^2 - 6 x + 9}$ $\mathbf{(x + 3)(x - 3) = x^2 - 9}$ Arbeitsblatt **Binomische Formeln**
Lösen quadratischer Gleichungen: Grundform: $a x^2 + b x + c = 0$, wobei $a \neq 0$ weitere wichtige Formen: $a (x - x_1) \cdot(x - x_2) = 0$ $a x^2 + b x + c = d x^2 + e x + f$	**Übersicht Quadratische Gleichungen**

Quadratische Funktionen	
Funktionsgleichung gegeben (Normalform)	$\mathbf{f (x) = a x^2 + b x + c}$**, wobei** $\mathbf{a \neq 0}$ **z.B.** $\mathbf{f (x) = -0{,}5 x^2 + 2 x - 2{,}5}$

Der Graph einer quadratischen Funktion heißt quadratische **Parabel**.	**Eigenschaften:** **a positiv (a > 0):** Die Parabel fällt zuerst bis zu einer Minimalstelle (der zugehörige Punkt heißt Scheitelpunkt) und steigt danach wieder, linksgekrümmt. **a negativ (a < 0):** Die Parabel steigt zuerst bis zu einer Maximalstelle (der zugehörige Punkt ist wieder der Scheitelpunkt) und fällt danach, rechtsgekrümmt. **auf alle Fälle:** **achsensysmmetrisch** zur Senkrechten durch den Scheitelpunkt
a heißt Leitkoeffizient von f	$f(x) = \mathbf{a}\,x^2 + b\,x + c$, Ob die Parabel nach oben oder nach unten geöffnet ist, hängt vom Vorzeichen des Leitkoeffizienten ab: $a > 0 \Leftrightarrow$ Die Parabel ist nach oben geöffnet $a < 0 \Leftrightarrow$ Die Parabel ist nach unten geöffnet Ob die Parabel gestreckt oder Normalparabel oder gestaucht ist, hängt vom Betrag des Leitkoeffizienten ab.
c heißt Absolutglied bzw. y-Achsenabschnitt Bemerkung: Lässt sich am Schnittpunkt mit der y-Achse ablesen,	$\mathbf{c} = f(0)$ $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + \mathbf{c}$
Funktionswert von f an der Stelle x_0	$\mathbf{f(x_0)}$ ausrechnen – also x_0 einsetzen **Beispiel**: $f(x) = 0{,}5\,x^2 - 3\,x + 2{,}5$, Berechnen Sie den Funktionswert von f an der Stelle $x = 7$: $f(7) = 0{,}5 \cdot 7^2 - 3 \cdot 7 + 2{,}5 = \underline{6}$

	
Stellen, an der f den Wert y_0 annimmt	**f (x) = y_0** lösen (Dabei kann es entweder zwei Lösungen, eine Lösung oder keine Lösung geben.) 
Punktprobe, ob der Punkt P (x_0 | y_0) auf dem Graph von f liegt	**f (x_0)** ausrechnen und sehen, ob **y_0** herauskommt
Nullstellen (x_N)	**f (x) = 0** lösen (Dabei kann es entweder zwei Lösungen, eine Lösung oder keine Lösung geben.)

	 Genaueres: Übersicht Quadratische Gleichungen Noch genaueres: Leitprogramm ETH-Zürich http://www.educ.ethz.ch/unt/um/mathe
Schnittpunkte mit den Achsen des Koordinatensystems (Schnittpunkte mit der x-Achse: S_{x1} , S_{x2} , Schnittpunkt mit der y-Achse: S_y)	y-Achsenabschnitt **c** ablesen, **S_y (0 | c)** Nullstellen x_{N1}, x_{N2} berechnen, **S_{x1} (x_{N1} | 0), S_{x2} (x_{N2} | 0) – falls es zwei Nullstellen gibt.** 
Scheitelpunkt S (x_S , y_S)	verschiedene Möglichkeiten: **1**) Sind zwei Nullstellen x_1 und x_2 bekannt und vorhanden, so bildet man den Mittelwert: $x_S = \frac{x_1 + x_2}{2}$; Die y-Koordinate erhält man immer durch einsetzen von x_S: $y_S = f(x_S)$. **2**) Statt der Nullstellen (die es ja unter Umständen nicht gibt) kann man zwei Stellen mit

	gleichen Funktionswert c verwenden (also x_1 und x_2 mit $f(x_1) = f(x_2) = c$) und dann deren Mittelwert nehmen; **3**) mit Differentialrechnung: x_S berechnen mit $f'(x) = 0$, (hinreichende Bedingung nicht vergessen.) **4**) Umformung auf Scheitelpunktform $f(x) = a(x - x_S)^2 + y_S$, dann kann man x_S und y_S direkt ablesen. 
Schnittpunkt von zwei Funktionen f und g (S_{fg})	**f (x) = g (x)** lösen, Lösung in f oder g **einsetzen**
Graph zu Funktionsgleichung zeichnen	Eine Methode, die immer geht: Wertetabelle Eintragen der Punkte, verbinden der Punkte mit schwungvoller Linie.
Funktionsgleichung aus Graph ablesen	Entscheidend ist die Frage, was sich gut ablesen lässt: Lassen sich die Nullstellen gut ablesen, so schreibt man die Funktion in faktorisierter Form auf. Lässt sich der Scheitelpunkt gut ablesen, so wählt man die Scheitelpunktform. Kann man lediglich drei Punkte gut ablesen, muss man rechnen (Steckbriefaufgabe: siehe unten).

Funktionsgleichung aufstellen **(oder: Funktionsterm ermitteln)**	
1. Fall: gegeben sind 3 Punkte auf dem Graph der Funktion. (Steckbriefaufgabe)	Ansatz: $f(x) = a x^2 + b x + c$ 1. x-Koordinaten einsetzen und Gleichungen aufstellen 2. Lösen des Linearen Gleichungssystems (LGS)

Siehe auch Links zu quadratischen Funktionen: hier
Checklist zu quadratischen Funktionen: hier