Übersicht Quadratische Gleichungen

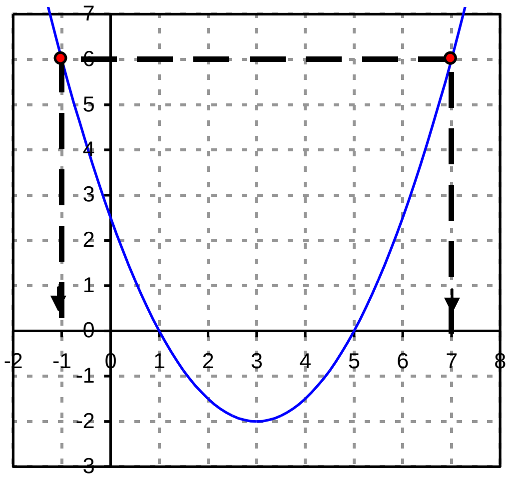
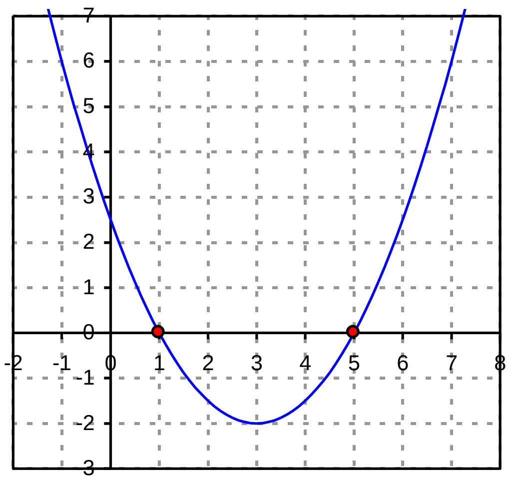
Voraussetzungen: Bevor man sich mit quadratische Gleichungen beschäftigt, sollte man unbedingt
lineare Gleichungen lösen können, Klammern auflösen können und die binomischen Formeln kennen und anwenden können. Nützlich ist auch der Satz vom Nullprodukt.

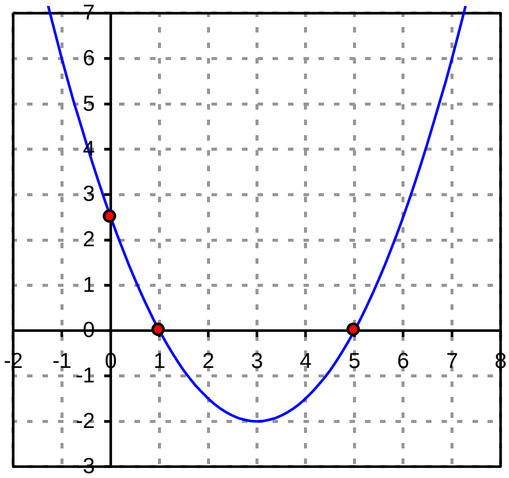
Voraussetzungen	
Klammern auflösen (Distributivgesetze) $(a + b) \cdot (c + d) = ac + ad + bc + bd$	Arbeitsblatt **Klammern auflösen**
Binomische Formeln (Distributivgesetze) $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ $(a + b)\cdot(a - b) = a^2 - b^2$	Arbeitsblatt **Binomische Formeln**
Satz vom Nullprodukt: Ein Produkt ist genau dann Null, wenn mindestens einer der Faktoren Null ist. $a \cdot b = 0 \Leftrightarrow a = 0 \vee b = 0$.	

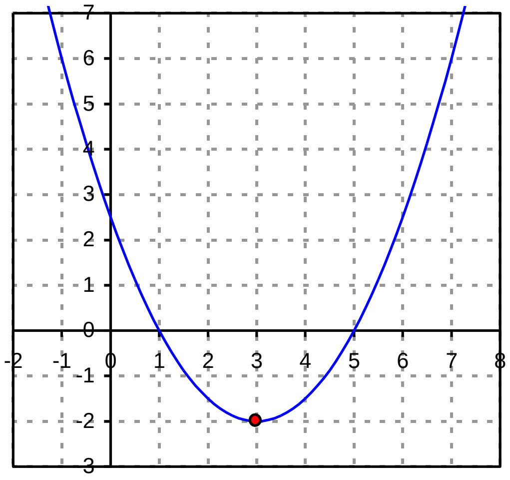
Quadratische Gleichungen	
Gleichung in faktorisierter Form (zerlegt in Linearfaktoren)	$\mathbf{a (x - x_1) \cdot (x - x_2) = 0}$, wobei x_1 und x_2 beliebige reelle Zahlen sind, $a \neq 0$ Lösung mit dem Satz vom Nullprodukt: $\mathbf{a (x - x_1) \cdot (x - x_2) = 0}$ $\mathbf{\Leftrightarrow x - x_1 = 0 \vee x - x_2 = 0}$ $\mathbf{\Leftrightarrow x = \underline{\underline{x_1}} \vee x = \underline{\underline{x_2}}}$

Gleichung in Normalform	**$f(x) = ax^2 + bx + c = 0$**, wobei $a \neq 0$ Dabei ist zu unterscheiden, ob ein Sonderfall der Art vorliegt, dass b = 0 oder c = 0. Ansonsten: **Normieren und Quadratische Ergänzung:** $a x^2 + b x + c = 0$ | Normieren, also : a $\Leftrightarrow x^2 + b/a\, x + c/a = 0$ | nur eine Umbenennung $\Leftrightarrow x^2 + p x + q = 0$ | $-q$ $\Leftrightarrow x^2 + p x = -q = 0$ | quadrat. Erg., also $+(p/2)^2$ $\Leftrightarrow x^2 + p x + (p/2)^2 = (p/2)^2 - p$ | binom.Formel $\Leftrightarrow (x + p)^2 = (p/2)^2 - p$ | $\pm\sqrt{}$ $\Leftrightarrow x + p = \sqrt{(p/2)^2 - p} \vee x + p = -\sqrt{(p/2)^2 - p}$ | - p $\Leftrightarrow x = \underline{-p+\sqrt{(p/2)^2 - p}} \vee x = \underline{-p-\sqrt{(p/2)^2 - p}}$ **ausführlich**: Basistext quadratische Ergänzung
Gleichung in Normalform: **Sonderform 1:** **reinquadratische Gleichung** **(b = 0)**	**$a x^2 + c = 0$**, wobei $a \neq 0$ $a x^2 + c = 0$ | :a $\Leftrightarrow x^2 + c/a = 0$ | -c/a $\Leftrightarrow x^2 = -c/a$ | $\pm\sqrt{}$ $\Leftrightarrow x = \sqrt{-\frac{c}{a}} \vee x = -\sqrt{-\frac{c}{a}}$
Gleichung in Normalform: **Sonderform 2:** **y-Achsenabschnitt verschwindet** **(c = 0)**	**$a x^2 + b x = 0$**, wobei $a \neq 0$ | Ausklammern $x \cdot (a x + b) = 0$ | | Satz v. Nullprodukt $\Leftrightarrow x = 0 \vee a x + b = 0$ | – b $\Leftrightarrow x = \underline{\underline{0}} \vee x = \underline{\underline{-b/a}}$

Stellen, an der f den Wert y_0 annimmt	**$f(x) = y_0$** lösen (Dabei kann es entweder zwei Lösungen, eine Lösung oder keine Lösung geben.)

	
Punktprobe, ob der Punkt P (x_0 ; y_0) auf dem Graph von f liegt	**f (x_0)** ausrechnen und sehen, ob **y_0** herauskommt
Nullstellen (x_N)	**f (x) = 0** lösen (Dabei kann es entweder zwei Lösungen, eine Lösung oder keine Lösung geben.) 
Schnittpunkte mit den Achsen des Koordinatensystems (Schnittpunkt mit der x-Achse: S_x , Schnittpunkt mit der y-Achse: S_y)	y-Achsenabschnitt b ablesen, **S_y (0 ; b)** Nullstelle x_N berechnen, **S_x (x_N ; 0)**

	
Scheitelpunkt (x_S , y_S)	verschiedene Möglichkeiten: **1**) Sind zwei Nullstellen x_1 und x_2 bekannt und vorhanden, so bildet man den Mittelwert: $x_S = \frac{x_1 + x_2}{2}$; Die y-Koordinate erhält man immer durch einsetzen von x_S: $y_S = f(x_S)$. **2**) Statt der Nullstellen (die es ja unter Umständen nicht gibt) kann man zwei Stellen mit gleichen Funktionswert c verwenden (also x_1 und x_2 mit $f(x_1) = f(x_2) = c$) und dann deren Mittelwert nehmen; **3**) mit Differentialrechnung: x_S berechnen mit $f'(x) = 0$, (hinreichende Bedingung nicht vergessen.) **4**) Umformung auf Scheitelpunktform $f(x) = a(x - x_S)^2 + y_S$, dann kann man x_S und y_S direkt ablesen. **Alles klar?** Check

	
[Schnittpunkt]() von zwei Funktionen f und g (häufige Bezeichnung: S_{fg})	**f (x) = g (x)** lösen, Lösung in f oder g **einsetzen**

[Links zu quadratischen Gleichungen]()