1.3 Vertiefung zu Definitions- und Wertemenge

Die Definitionsmenge einer Funktion kann aus unterschiedlichen Gründen eingeschränkt sein.

Mathematische Gründe: In die Wurzelfunktion kann man keine negativen Zahlen einsetzen. Teste das an Ihrem Taschenrechner – z.B. indem du $\sqrt{-2}$ berechnest.

Das Ergebnis ist (in der Regel) eine Fehlermeldung, die dir anzeigt, dass -2 eben nicht zur Definitionsmenge gehört. Schreibweise: $\sqrt{-2} \notin D(f)$

Die Definitionsmenge der Wurzelfunktion ist $\mathbb{R}_{\geq 0}$ (also alle Zahlen größer gleich 0).

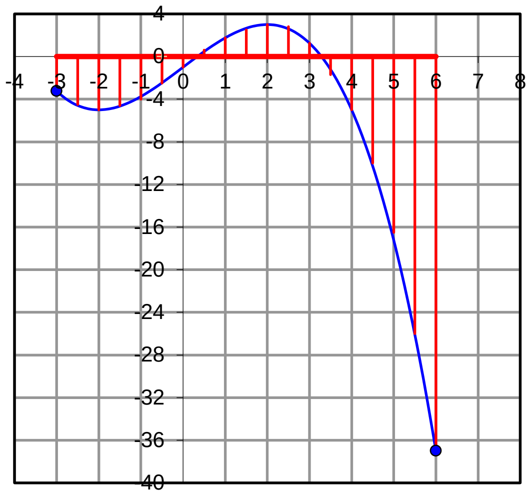
Bezeichnung: Die nur aus mathematischen Gründen eingeschränkte Definitionsmenge heißt *maximale Definitionsmenge* (Bezeichnung: D_{max}).

Sachliche Gründe: Es würde eben keinen Sinn machen, in die Funktion l aus Beispiel 1 negative Zahlen oder solche über 80 einzusetzen.

Demnach gilt: $D(l) = [0\,;\,80]$

(Falls die die Intervallschreibweise [0; 80] noch nicht geläufig ist, schlag nach unter „Intervall“).(oder auch: Die Einschränkung einfach so! Warum sollte man nicht die Funktion mit der Gleichung k (x) = 2 · x + 1 nur für die Zahlen x = 0, x = 1 und für x = 2 betrachten und diesmal alle anderen Zahlen für x ausschließen?)

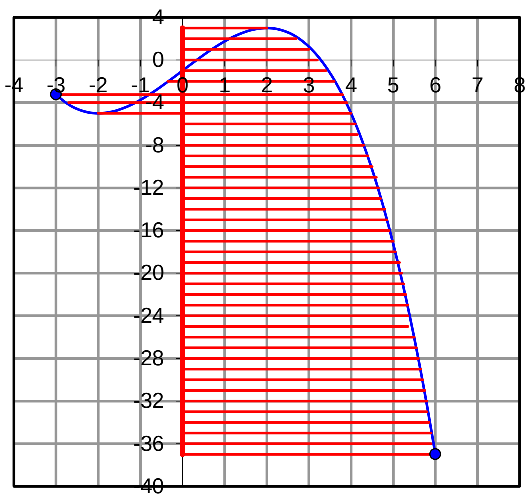
Vertiefung: $D(f)$ und $W(f)$ graphisch veranschaulicht



Zieht man von allen Punkten des Funktionsgraphen senkrechte Linien zur x-Achse, so bilden die „Auftreffpunkte" dieser Linien die Definitionsmenge der Funktion.

Die Funktion f_{11} hat demnach die Definitionsmenge $D(f_{11})$ = [-3 ; 6]

rot auf der x-Achse: $D(f)$);
$f(x)$ = 0,25 · x ^{3} – 3 · x + 1



Entsprechend ergeben die Auftreffpunkte der waagerechten Linien von den Punkten des Graphen zur y-Achse die Wertemenge.

Die abgebildete Funktion f hat demnach die Wertemenge $W(f)$ = [-37 ; 3]

rot auf der y-Achse: $W(f)$

Aufgabe 1

a) Überprüfe durch Eingabe in deinen Taschenrechner , ob die folgenden Zahlen zur Definitionsmenge der natürlichen Logarithmusfunktion (ln)

gehören. 3; -3; 11; -11; 0,1; -0,1.
(Wenn ja, schreibe „... ∈ $D(ln)$“, wenn nein: „... ∉ $D(ln)$“)

b) Vermute: was könnte die Definitionsmenge von ln sein?

Das soll vom Logarithmus erst einmal reichen.

c) Eine kleine medizintechnische Fabrik produziert je nach Auftragslage hochwertige Analysegeräte. Mehr als 8 Geräte im Monat sind mit den vorhandenen Maschinen aber nicht zu schaffen. Von der Anzahl der produzierten Geräte (bezeichnet mit x) hängt der Erlös ($E(x)$) ab. Gib die Definitionsmenge der Funktion E an.

d) Skizziere den Graph einer Funktion d_1 mit der Definitionsmenge [-1; 2] und der Wertemenge [-4; -0,5] und den Graphen einer Funktion d_2, die die Definitionsmenge [-3; 3] und die Wertemenge [-5; 5] hat, wobei weder der Punkt (-3 | -5) noch der Punkt (3 | -5) auf dem Graph von d_2 liegen soll.

Bemerkung

In der Definition der Funktion sind die Worte „*genau eine*“ kursiv gesetzt – weil sie wichtig sind. Mit Zahlen aus der Definitionsmenge ist wie bei Schülern einer Klasse: Am Ende des Schuljahres kriegt jeder genau eine Mathematiknote. Keiner geht leer aus, es kriegt aber auch niemand zwei Endnoten.