

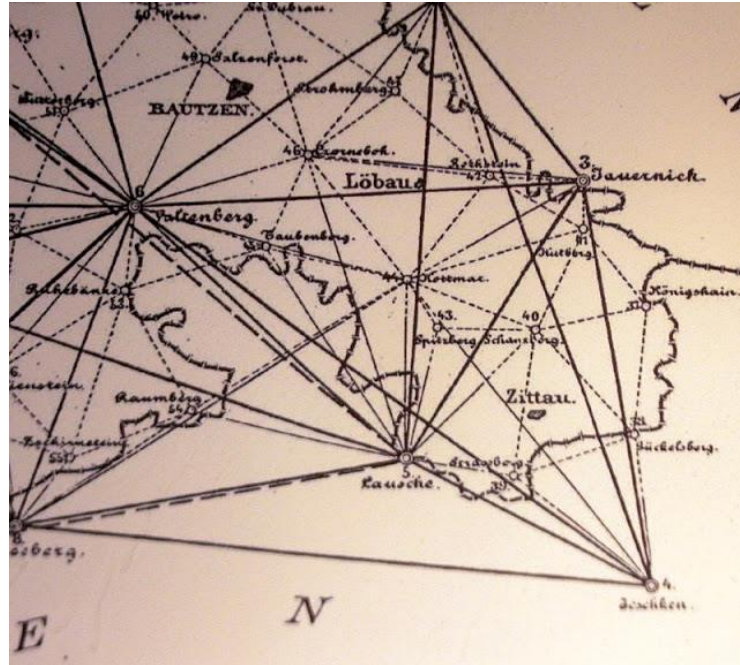
Sinus und Cosinus

Worum es geht

Sinus und Cosinus sind die beiden grundlegenden Winkelfunktionen.

Zusammen mit ihren Kollegen Tangens und Cotangens spielen sie z.B. in der Vermessungstechnik eine entscheidende Rolle:

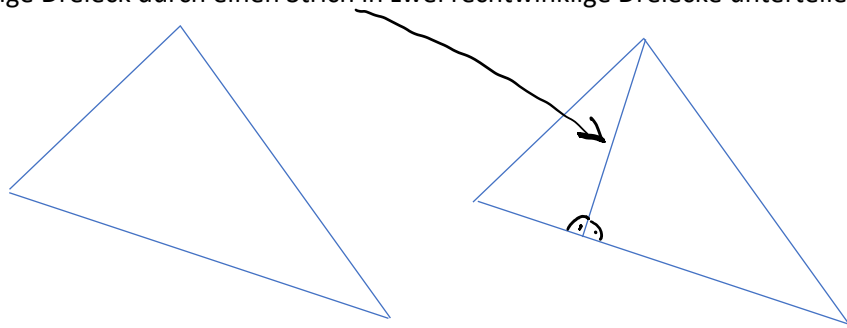
Um die Gegend zu vermessen sind Techniker im 19. Jahrhundert mit Geräten ins Gelände gegangen und haben an Messpunkten ihre Geräte aufgebaut und andere Messpunkte angepeilt, um möglichst exakt die Abstände und Winkel dazwischen zu bestimmen und so verlässliche Karten zu zeichnen.



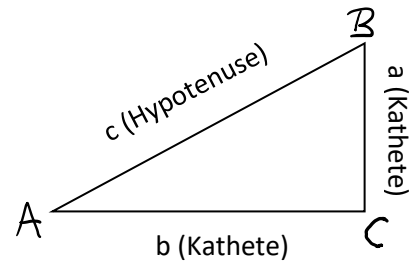
Bildquelle: <http://wincontact32naturwunder.blogspot.com/2013/09/am-tag-des-offenen-denkmals-zur.html> Abruf 03/2020

Wie man an diesem Kartenausschnitt aus Sachsen erkennen kann, benutzt man Dreiecke zwischen den Messpunkten, um zu einem Gesamtbild zu kommen. Daher nennt man das Verfahren Triangulation (Triangulum=Dreieck). Trigonometrie bedeutet übersetzt Dreiecksberechnung.

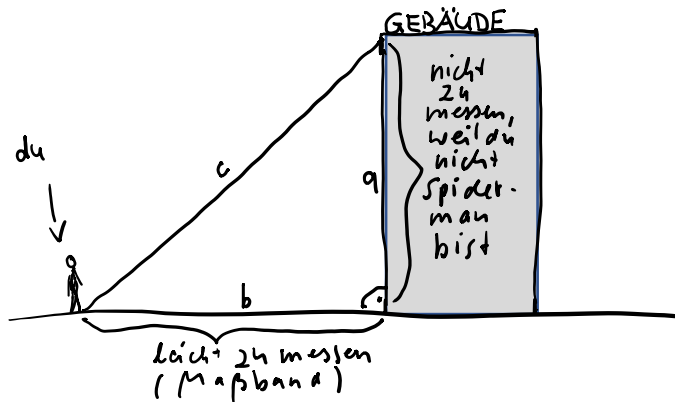
Bei Sinus und Cosinus geht es um den Zusammenhang zwischen Seitenlängen und Winkeln. Viele mathematische Sätze über Sinus und Cosinus gelten allgemein in jedem Dreieck. Worum es geht lässt sich aber am einfachsten anhand von rechtwinkligen Dreiecken erklären – und schließlich kann man ja jedes beliebige Dreieck durch einen Strich in zwei rechtwinklige Dreiecke unterteilen:



Beim rechtwinkligen Dreieck gibt es zwei Arten von Seiten:
 Die beiden, die am rechten Winkel anliegen heißen Katheten, die
 gegenüberliegende zugleich die längste – heißt Hypotenuse.



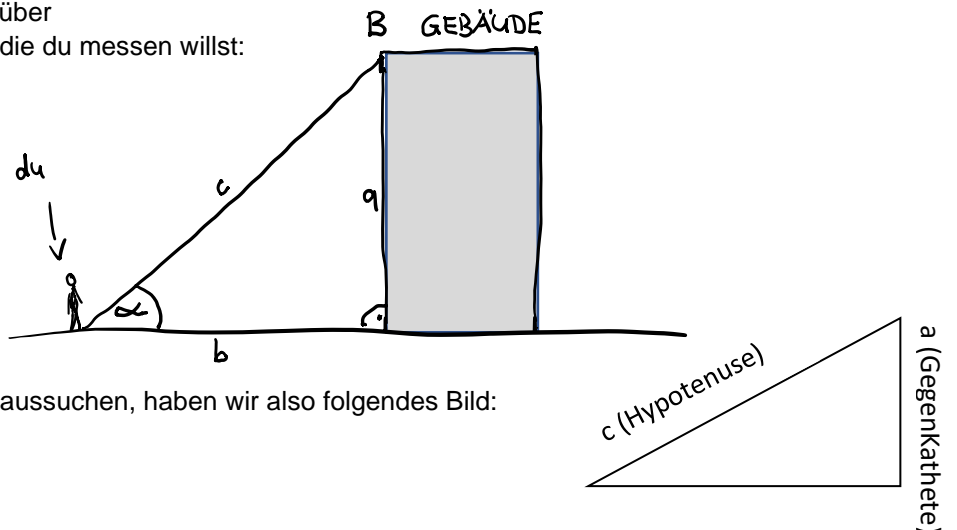
Nun betrachten wir dasselbe Bild aus der Sicht eines Winkels $\alpha \neq 90^\circ$. Stell dir z.B. vor, du bist auf dem Boden vor einem Gebäude und willst berechnen, wie hoch es ist:



Was dir entscheidend weiterhelfen würde, wäre der Winkel α , und den könntest du messen (durch entsprechende Geräte, mit denen du das Dach des Gebäudes im Punkt B anpeilst.

Durch deinen Standpunkt (bzw. die Lage des Winkels α)
 entsteht jetzt ein Unterscheid zwischen den beiden

Katheten: an einer stehst du dran (=Ankathete b),
 der anderen stehst du gegenüber
 (das ist die Gegenkathete a , die du messen willst:



Sobald wir uns einen Winkel aussuchen, haben wir also folgendes Bild:



Der Sinus von α (kurz: $\sin(\alpha)$) ist definiert als $\frac{a}{c} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$

Der Cosinus von α (kurz: $\cos(\alpha)$) ist definiert als

$$\frac{b}{c} = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

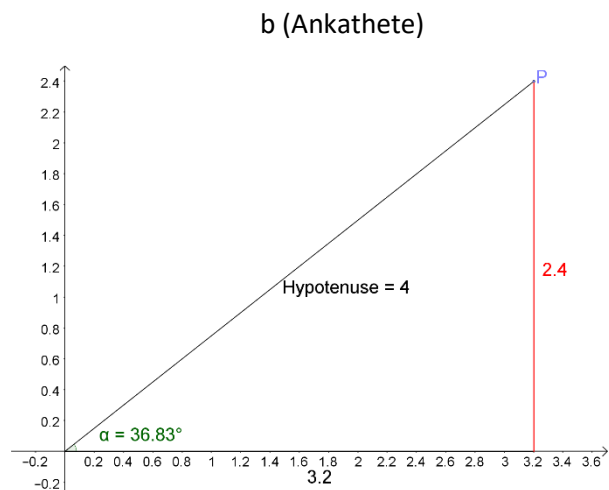
Bsp.: In der Abbildung rechts hat die Gegenkathete die Länge 2,4 und die Hypotenuse die Länge 4. Der zugehörige Winkel α ist $36,83^\circ$.

Damit ist der Sinus von $36,83^\circ$ definiert als $\frac{2,4}{4} = 0,6$ oder kurz:

$$\sin(36,83^\circ) = 0,6$$

Der Cosinus von $36,83^\circ$ ist definiert als $\frac{3,2}{4} = 0,8$ oder kurz:

$$\cos(36,83^\circ) = 0,8$$



Was hilft uns das beim Gebäude?

Sagen wir, du hast am Boden eine Entfernung von $a=16,09$ m gemessen und einen Winkel von 40° .

Wie lang ist die Hypotenuse c und noch wichtiger: wie ist die Gebäudehöhe b ?

Es gilt:

$$\cos(\alpha) = \frac{b}{c}$$

$$\sin(\alpha) = \frac{a}{c}$$

Du kennst: $b=16,09$, $\alpha=40^\circ$,

und dein Taschenrechner verrät dir zusätzlich:

$$\cos(\alpha) \approx 0,766 \text{ und } \sin(\alpha) \approx 0,643.$$

Eigentlich bleibt dir nicht viel anderes übrig, als einzusetzen, was du hast:

$$\cos(\alpha) = \frac{b}{c}, \text{ also}$$

$$0,766 = \frac{16,09}{c} \quad | \cdot c$$

$$\Leftrightarrow 0,766 c = 16,09 \quad | : 0,766$$

$$\Leftrightarrow c = 21$$

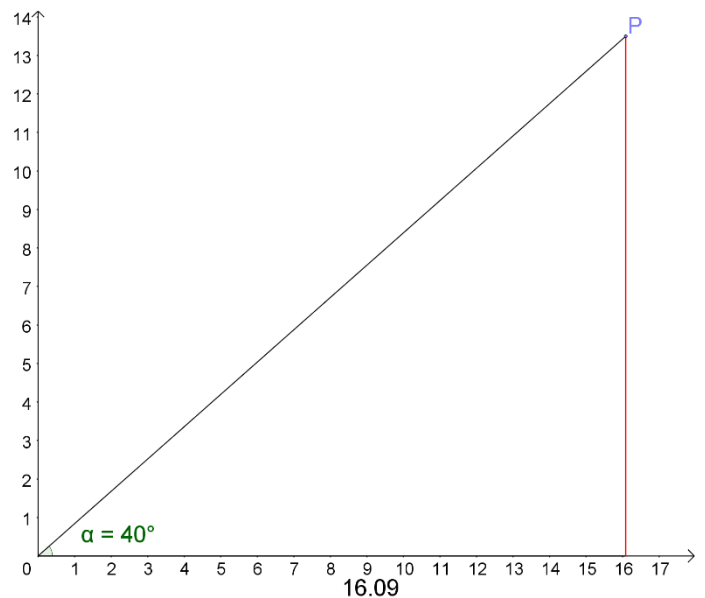
Und weiter einsetzen:

$$\sin(\alpha) = \frac{a}{c}, \text{ also}$$

$$0,643 = \frac{a}{21} \quad | \cdot 21$$

$$\Leftrightarrow a \approx 13,5$$

Mission accomplished: Das Gebäude ist 13,5 m hoch. ✓



Bem.: Mit dem Tangens wäre das Ganze schneller gegangen, aber den wollte ich gerade nicht auch noch einführen).



Weiter geht es hier:

www.mathebaustelle.de/analysis/ureihe/6_trigonometrie/2_sinus_und_cosinus_funktion.pdf

weitere Links

Vielleicht will der eine oder die andere noch einmal nachvollziehen, wie man mit solchen Rechnungen schon vor Christus die Entfernung Erde – Sonne bestimmen konnte (wenn auch nicht gerade auf den km genau).

<https://www.leifiphysik.de/astronomie/planetensystem/versuche/sonnenentfernung-nach-aristarch>

Als Einführung in das gesamte Thema eignet sich folgender Lernpfad:

<https://www.geogebra.org/m/YsEj5wjH>

Wenn du wissen willst, ob du mit Sinus und Cosinus klar kommst, löse am besten Aufgaben: innermathematische Aufgaben mit Lösungen: <http://www.mathe-trainer.de/Klasse10/Trigonometrie/Aufgabensammlung.htm> oder [chello](#) (rechth. Dreieck)

Anwendungsaufgaben: [chello](#) (Anwendungen)

Weitere Übersichten und Informationen zu Sinus und Cosinus findet man z.B. hier:

<http://members.chello.at/gut.jutta.gerhard/kurs/trig1.htm>

