

Glossar: Ableitung

Ableitung, erste, der [Funktion](#) f an einer bestimmten [Stelle](#) x_0
[\[Analysis, Differentialrechnung\]](#)

Steigung von f an der Stelle x_0 ,
 definiert als die [Steigung](#) der Tangenten von f an dieser Stelle.
 Zentraler Begriff der [Differentialrechnung](#).

Achtung: Der Begriff „Ableitung“ wird auch oft etwas ungenau für [Ableitungsfunktion](#) verwendet.

Man muss beides unterscheiden können: Die Ableitung von f an der [Stelle](#) x_0 ist eine Zahl, die [Ableitungsfunktion](#) ist eben eine [Funktion](#).

Bezeichnung: $f'(x_0)$
 bzw. $\frac{d}{dx}(f(x))|_{x=x_0}$

Die zweite Bezeichnung geht auf Leibniz zurück. Sie wird häufig bei Taschenrechnern verwendet, die numerisch ableiten können, bzw. bei CAS und ist außerdem in der Physik und anderen Naturwissenschaften sehr verbreitet. Einer ihrer Vorteile ist, dass man auch einmal mit mehreren Variablen gleichzeitig arbeiten kann und leicht klar machen kann, in welche Richtung man ableitet.

Grundidee der Ableitung

Die Grundidee der Ableitung lässt sich anschaulich mit dem [Tangentenbegriff](#) erfassen:

Die Tangente (lateinisch: „Berührende“) ist diejenige Gerade, die den Verlauf der Funktion f in jeder noch so kleinen Umgebung von der Stelle x_0 optimal wiedergibt. Mathematiker sagen: Die Tangente ist die optimale lineare Approximation (also Annäherung) für den Graph von f an der Stelle x_0 .
 (Nur leider ist damit zunächst einmal wenig erklärt.)

Idee Funktionenlupe

Nachvollziehbar ist vielleicht die Idee der „Funktionenlupe“:
 Zoomt man (z.B. mit einem Programm wie [Geogebra](#), das Funktionsgraphen zeichnen kann) immer näher an den Graphen von f heran – fokussiert auf den Punkt $(x_0, f(x_0))$, so erscheint der herangezoomte Ausschnitt des Graphen (wenn die Funktion an der Stelle differenzierbar ist) näherungsweise wie ein Geradenstück. Nach mehrfachem Heranzoomen ist er von einem Geradenstück praktisch nicht mehr zu unterscheiden.

Die Gerade, zu der dieses Stück gehört, ist dann die Tangente.



Andere Ideen, mit denen sich der Ableitungsbegriff erläutern lässt, sind:
 Der **Grenzwert der Sekantensteigung** (vom [Differenzenquotienten](#) zum [Differentialquotienten](#))

Die Gerade mit **mehrfacher Schnittstelle** zum Graph von f (geht nur bei ganzrationalen Funktionen und mit etwas Mühe bei gebrochen-rationalen)

Wenn man sich bereits mit [Ableitungsfunktionen](#) auskennt, ist die Berechnung der Ableitung an einer Stelle kein Problem mehr:

Beispiel:

f mit $f(x) = x^3 - 5x^2 + 12x - 27$

Gesucht ist die Ableitung von f an der Stelle $x = 2$.

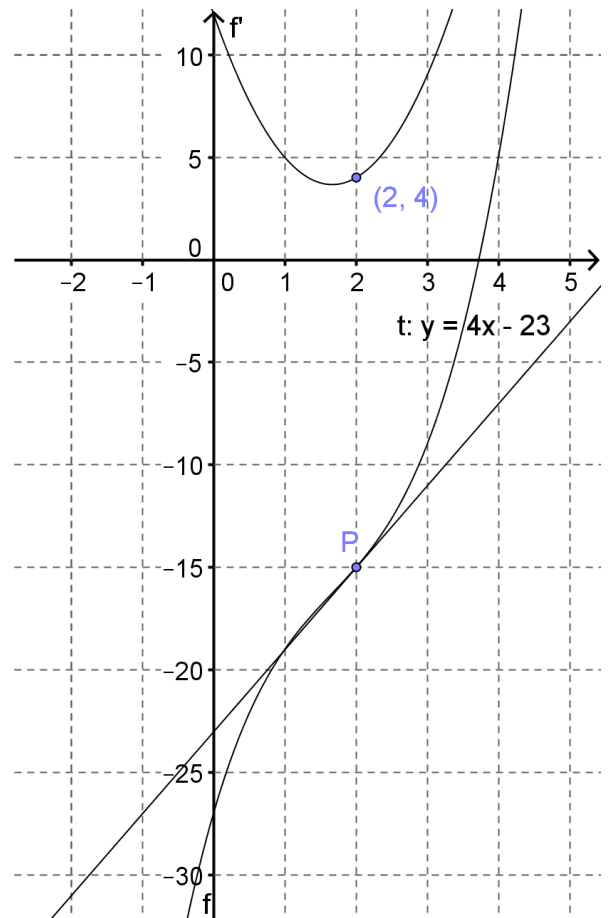
Lösung: Bildung der [Ableitungsfunktion](#) mit Hilfe der [Potenzregel](#):

$f'(x) = 3 \cdot x^2 - 10 \cdot x + 12$

Einsetzen von 2 für x ergibt: $f'(2) = 3 \cdot 2^2 - 10 \cdot 2 + 12 = 4$.

D.h., an der **Stelle** $x = 2$ hat f die Ableitung (oder Steigung) $f'(2) = 4$.

(Siehe nebenstehende Abbildung)



Anwendungen:

Steigungsverhalten bzw. Änderungsverhalten von Größen (lokale Änderungsrate), Maximierungs- und Minimierungsprobleme.

Alles klar? [Check Differentialquotient](#)

Wenn du tiefergehendes Interesse hast:

Manchmal gibt es gar keine Ableitung. Die Funktion ist dann an der betreffenden Stelle nicht [differenzierbar](#).

weitere Links zum Thema hier: [Differentialrechnung](#)

