

Glossar: äquivalent

äquivalent, Äquivalenz, Äquivalenzumformung

Zeichen: \Leftrightarrow

[Grundlagen, Aussagenlogik]

lat: gleichwertig. Zwei Aussagen (genauer: Aussageformen) heißen äquivalent, wenn sie gleichbedeutend sind.

z.B. sind zwei Gleichungen dann äquivalent, wenn sie die **gleiche Lösungsmenge** haben.

Anders ausgedrückt: Bei Gleichungen bedeutet der Äquivalenzpfeil \Leftrightarrow , dass, wenn man eine bestimmte Zahl in beide Gleichungen einsetzt entweder beide erfüllt sind oder beide nicht erfüllt.

Eine Umformung, die die Lösungsmenge einer Gleichung (oder Aussageform) in jedem Fall unverändert lässt, heißt Äquivalenzumformung.

Entsprechendes gilt für Gleichungssysteme oder Ungleichungen.

Beispiel 1: $2 \cdot x = 12 \quad | : 2$

$\Leftrightarrow x = \underline{6}$.

Beide Gleichungen sind nur für $x = 6$ erfüllt. Teilt man beide Seiten einer Gleichung durch eine Zahl $\neq 0$ teilt – in diesem Fall durch 2 – , so ist dies eine Äquivalenzumformung.

Beispiel 2: $3x + 2 = -13$

$\Leftrightarrow 3x = -15$

$\Leftrightarrow x = \underline{-5}$.

Beispiel 3: $x^2 = 9 \quad | \sqrt{\quad}$

ergibt: $x = 3$.

Achtung: Das Ziehen einer Quadratwurzel ist keine Äquivalenzumformung. Die obere Gleichung ist nämlich für $x = 3$ ebenso erfüllt wie für $x = -3$, die untere aber nur für $x = 3$.

Beispiel 4: $x^2 = 9 \quad | \pm\sqrt{\quad}$

$\Leftrightarrow x = \underline{3} \vee x = \underline{-3}$.



Es müssen nicht immer Gleichungen sein:

Beispiel 5:

Eine natürliche Zahl n ist gerade \Leftrightarrow Ihre Quadratzahl n^2 ist gerade

Links: <http://henked.de/begriffe/aequivalenzrelation.htm>.
ausführlich: <http://www.mathe-online.at/mathint/gleich/i.html#Aequ>

Online-Test: <http://www.mathe-online.at/tests/exakt/aequivalenzVonAussagen.html>

