Glossar: Binomialkoeffizient

Binomialkoeffizient [Grundlagen, Kombinatorik]

Die Binomialkoeffizienten sind ein wichtiges Hilfsmittel in der Kombinatorik – d.h., sie helfen beim Zählen.
Sie haben große Bedeutung für die Stochastik – insbesondere in der Binomialverteilung.

Der Binomialkoeffizient n über k ist folgendermaßen definiert:
Für $n \geq k$ gilt: $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$
(Das „!“ steht dabei für Fakultät, also für $n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot 2 \cdot 1$.).

Bedeutung in der Kombinatorik:
$\binom{n}{k}$ entspricht der Anzahl an k-elementigen Teilmengen einer n-elementigen Menge.

Will man z.B. aus einer Klasse mit 21 Schülern eine 3-köpfige gleichberechtigte Delegation zur SV oder Abi-AG schicken, so gibt es $\binom{21}{3}$ Möglichkeiten, eine solche auszuwählen.

Das entspricht in der Wahrscheinlichkeitsrechnung der Anzahl der Möglichkeiten im Urnenmodell „Ziehen ohne Zurücklegen und ohne Beachtung der Reihenfolge“.

Bemerkungen: Es gilt:

$$\binom{n}{0} = 1$$
$$\binom{n}{1} = n$$
$$\binom{n}{n} = 1$$
$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$

Beispiele: $\binom{0}{0} = 1$
$\binom{1}{0} = 1$; $\binom{1}{1} = 1$
$\binom{2}{0} = 1$; $\binom{2}{1} = 2$; $\binom{2}{2} = 1$
$\binom{3}{0} = 1$; $\binom{3}{1} = 3$; $\binom{3}{2} = 3$; $\binom{3}{3} = 1$
; ...

Die Binomialkoeffizienten finden sich im Pascalschen Dreieck wieder.

Berechnung zu Fuß: Dabei wird man den Bruch sinnvollerweise kürzen:

$$\binom{12}{9} = \frac{12!}{9! \cdot 3!}$$

$$= \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \ \cdot \ 3 \cdot 2 \cdot 1} \quad \text{(nun wird gekürzt)}$$

$$= \frac{12 \cdot 11 \cdot 10}{3 \cdot 2 \cdot 1}$$

Berechnung mit dem Taschenrechner: Häufig ist die zuständige Taste mit nCr beschriftet.
mit Nspire CX: nCr(n,k), ph-freiburg

Anwendungen:
Die wichtigste Anwendung des Binomialkoeffizienten erfolgt im Rahmen der Binomialverteilung.
Aber sie spielen auch ihre Rolle in den binomischen Formeln.

Link: zur Formel von Bernoulli: http://ne.lo-net2.de/selbstlernmaterial/m/s1wk/be/n-stufige%20BERNOULLI-Experimente%20-%20Grundwissen.pdf