

Glossar: binomische Formeln

Binomische Formeln:

Für alle Zahlen a und b gelten die drei binomischen Formeln:

1. binomische Formel: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

2. binomische Formel: $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

3. binomische Formel: $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$

Graphische Darstellung der 1. binomischen Formel:

	a+b	
	a	b
b	a·b	b ²
a+b	a ²	a·b
a		

Beispiele für die 1. binom. Formel:

$$(3 + 0,1)^2 = 3^2 + 2 \cdot 3 \cdot 0,1 + 0,1^2 = 9 + 0,6 + 0,01 = 9,61$$

$$(x + 5)^2 = x^2 + 10x + 25$$

Beispiele für die 2. binom. Formel:

$$(3 - 0,1)^2 = 3^2 - 2 \cdot 3 \cdot 0,1 + 0,1^2 = 9 - 0,6 + 0,01 = 8,41$$

$$(x - 5)^2 = x^2 - 10x + 25$$

Beispiele für die 3. binom. Formel:

$$(3 + 0,1)(3 - 0,1) = 3^2 - 0,1^2 = 8,99$$

$$(x - 5)(x + 5) = x^2 - 25$$

Anwendung:

Lösen quadratischer Gleichungen:

Die ersten beiden binomischen Formeln bilden die Grundlage der quadratischen Ergänzung wie auch der p-q-Formel bei der



Lösung quadratischer Gleichungen.

Kopfrechnen:

Will man z.B. 15 quadrieren, so rechnet man

$$15^2 = (10 + 5)^2 = 10^2 + 2 \cdot 10 \cdot 5 + 5^2 \\ = 100 + 100 + 25 = 225$$

Faktorisieren von Termen wie $(x^2 - 9)$.

Bei der Einführung der Ableitung von x^2 an einer Stelle (z.B. $x = 3$) treten – je nachdem, wie man vorgeht – Terme auf wie $(x^2 - 9)/(x - 3)$. Dann ist es gut, wenn man die 3. binomische Formel kennt:

$$(x^2 - 9)/(x - 3) = (x + 3)(x - 3)/(x - 3)$$

Man kann also kürzen und erhält (für den Fall, dass x nicht ausgerechnet 3 ist)

$$(x^2 - 9)/(x - 3) = x + 3. \text{ Das ermöglicht die Bestimmung von } f'(3).$$

Übungen: [binomische Formeln](http://www.mathe-online.at/tests/var/binomischeFormeln.html)

<http://www.mathe-online.at/tests/var/binomischeFormeln.html>

Link: zu einer netten Anwendung führt folgende Seite hin:

<http://www.mathe-online.at/tests/uema/multiplizieren.html>.

Übungsaufgaben:

<http://www.zum.de/Faecher/M/NRW/pm/mathe/ubbf1.htm>,

<http://www.zum.de/Faecher/M/NRW/pm/mathe/bftr.htm>.

Übrigens gibt es auch Verallgemeinerungen der binomischen Formeln:

$$(a + b)^3 = a^3 + 3 a^2 b + 2 a b^2 + b^3$$

$$(a + b)^4 = a^4 + 4 a^3 b + 6 a^2 b^2 + 4 a b^3 + b^4$$

$$(a + b)^5 = a^5 + 5 a^4 b + 10 a^3 b^2 + 10 a^2 b^3 + 5 a b^4 + b^5$$

Die in den Gleichungen auftretenden Vorfaktoren $(1 2 1)$, dann $(1 3 3 1)$, dann $(1 4 6 4 1)$ usw.) sind die [Binomialkoeffizienten](#).

