# Glossar: Bruch

**Bruch** [Grundlagen, Bruchrechnung]

$\frac{a}{b}$**, wobei** $a \in \mathbb{Z}$ **und** $b \in \mathbb{N}$ **und** $b \neq 0$

Der Ausdruck $a$ auf dem Bruchstrich heißt Zähler und der Ausdruck unter dem Bruchstrich heißt Nenner.

**Bsp. 1:**
$\frac{4}{3}$ , der Zähler ist 3, der Nenner ist 4.

**Umwandlung in eine Dezimalzahl:**
Den Zahlenwert eines Bruchs ermittelt man durch Division (also indem man teilt):
**Beispiele:**

$$\frac{120}{40} = \frac{12}{4} = 12:4 = 3$$

$$\frac{83}{4} = 83:4 = 20{,}75$$

**Wann ist ein Bruch definiert?** Ein Bruch ist dann und nur dann definiert, wenn sein Nenner ungleich Null ist.
$\frac{a}{b}$ ist definiert $\Leftrightarrow$ b $\neq$ 0.

**Bem. 1**: Das Teilen durch Null ist also verboten.
Das gilt aber keineswegs für das Teilen von Null durch irgend eine andere Zahl (außer Null)!

**Bem. 2:**
Durch den Wert des Bruchs sind Zähler und Nenner nicht eindeutig festgelegt:
Obwohl z.B. die Brüche $\frac{4}{3}$ und $\frac{8}{6}$ unterschiedliche Zähler und Nenner haben, gilt: $\frac{4}{3} = \frac{8}{6}$.
D.h. durch Erweitern oder Kürzen wird der Wert des Bruchs nicht verändert.

**Bem. 2**:
Bei Zahlen sind Bruchdarstellungen in vieler Hinsicht nützlich und vorteilhaft, aber nur dann, wenn Zähler und Nenner

ganzzahlig sind.
Die Menge aller Zahlen, die sich mit ganzzahligem Zähler und Nenner darstellen lässt heißt Menge der rationalen Zahlen $\mathbb{Q}$.

**Achtung**: Ein Bruchstrich wirkt wie eine Klammer.

**Bem. 3:**

$$\frac{8+1}{2} = \frac{8+1}{2} = \frac{8}{2} + \frac{1}{2} = 4\frac{1}{2}$$

Durch Weglassen der Klammer führt dagegen zu etwas anderem:

$$8 + 1/2 = 8\frac{3}{2}$$

Dass die beiden genannten Ausdrücke sich unterscheiden, beruh auf der Regel „Punkt vor Strich“.
Man muss diesen Unterschied beachten, wenn man Bruch-Ausdrücke richtig in ein Computer-Programm, einen Taschenrechner oder ein CAS eingeben will.

**Die Bruchrechnung**
ist eine leider bei vielen in Vergessenheit geratene Kultur-technik, die einem sagt, wie mit Brüchen umzugehen ist.

**Gleichheit von Brüchen**:
Zwei Brüche $\frac{a_1}{b_1}$ und $\frac{a_2}{b_2}$ sind genau dann gleich, wenn es eine reelle Zahl c ungleich Null gibt,
so dass $c \cdot a_1 = a_2$ und $c \cdot b_1 = b_2$.
**alternativ**: Zwei Brüche $\frac{a_1}{b_1}$ und $\frac{a_2}{b_2}$ sind genau dann gleich, wenn $a_1 \cdot b_2 = a_2 \cdot b_1$.

**Addition zweier Brüchen**:
Dazu muss man die beiden Brüche erstgleichnamig machen, also auf den gleichen Nenner bringen.

$$\frac{a_1}{b_1} + \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_1 b_2}{b_1 b_2} + \frac{a_2 b_1}{b_2 b_1}$$

Danach werden die Zähler addiert, der Nenner bleibt erhalten.

$$\frac{a_1}{b_1} + \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_1 b_2 + a_2 b_1}{b_1 b_2}$$

**Multiplikation einer Zahl mit einem Bruch**:
Man multipliziert die Zahl mit dem Zähler, der Nenner bleibt unverändert.

$$c \cdot \frac{a}{b} = \frac{c \cdot a}{b}$$

**Division eines Bruchs durch eine Zahl**:
Man teilt den Zähler durch die Zahl, der Nenner bleibt unverändert

$$\frac{a}{b} : c = \frac{\frac{a}{c}}{b}$$

oder (wahlweise):

Man multipliziert den Nenner mit dem Bruch, der Zähler bleibt unverändert:

$$\frac{a}{b} : c = \frac{a}{cb}$$

**Multiplikation zweier Brüchen**:
Man multipliziert zwei Brüche, indem man Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner multipliziert.

$$\frac{a_1}{b_1} \cdot \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_1 a_2}{b_1 b_2}$$

**Division zweier Brüchen**:
Man teile einen Bruch durch einen anderen, indem man ihn mit dessen Kehrwert multipliziert.

$$\frac{a_1}{b_1} : \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_1}{b_1} \cdot \frac{b_2}{a_2} = \frac{a_1 b_2}{b_1 a_2}$$

**Potenzen von Brüchen**: Wie sich Brüche verhalten, wenn sie ineinem Potenzausdruck stehen, findet man unter dem Stichwort Potenzregeln.

**Links**: http://www.bruchrechnen.de,
http://www.mathematik.de/mde/fragenantworten/erstehilfe/bruchrechnung/bruchrechnung.html .
Lernpfad: http://www.mathe-online.at/lernpfade/Bruchrechnen/?kapitel=1
**Training**:
Addition
Multiplikation

Übungen: sos-mathe.ch