LORE LORENTZ SCHULE

Glossar: e

Eulersche Zahl [Analysis]

Es handelt sich um eine bestimmte irrationale Zahl. Sie ist der Grenzwert der Folge $\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n}$.

Bezeichnung: e

Zahlenwert: e ≈ 2,718281828459

Anwendungen: finanzmathematisch: Verzinst man ein Guthaben nicht jährlich, sondern halbjährlich, so wird man nach einem halben Jahr die Hälfte des Jahresszinssatzes p ausschütten. Es ergibt sich nach einem halben Jahr ein Guthaben in Höhe von $1+\frac{p}{2}$, nach einem Jahr in Höhe von $(1+\frac{p}{2})\cdot(1+\frac{p}{2}) = (1+\frac{p}{2})^{2}$; Bei viertelhährlicher Verzinsung ergibt sich analog am Jahresende $(1+\frac{p}{4})^{4}$. Es stellt sich die Frage, wie sich dieses Guthaben entwickelt, wenn man mit immer mehr Zinsperioden im Jahr rechnet. Geht man von p = 1 aus, so ist e die Antwort auf diese Frage, denn $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n} = e$.

innermathematisch: Die Zahl e ist die Basis der e-Funktion (der natürlichen Exponentialfunktion)
Das ist die einzige Exponentialfunktion mit y-Achsenabschnitt 1, die an der Stelle 0 die Steigung 1 hat.
Die Funktion e^{x} und ihre Vielfachen sind die einzigen Funktionen, die mit ihren eigenen Ableitungen identisch sind.

Etwas schwieriger ist die folgende Definition: Man kann e auch als Grenzwert dieser Folge definieren:

$$\frac{1}{0!}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2!}+\frac{1}{3!}+\frac{1}{4!}+\ldots$$

$$= 1+\frac{1}{1}+\frac{1}{2\cdot 1}+\frac{1}{3\cdot 2\cdot 1}+\frac{1}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}+\ldots$$

Bem.: n! ist dabei n·(n-1)·(n-2)· … ·1, also die sogenannte

Fakultät.

Den Beweis, dass e irrational ist, gibt es auch als Lied (Video von Fuchs)

Geschichte: Benannt nach Leonhard Euler (Schweizer Mathematiker, 1707 bis 1783), dem produktivsten Mathematiker der Welt.
Historisch sind wohl oberitalienische Bankiers des 17. Jahrhunderts zum ersten Mal auf das oben unter „Anwendungen“ geschilderte finanzmathematische Problem gestoßen.

Lit.: Fischer, Roland: $e = \lim_{n\to\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$. in: Die Zeit vom 6.6.2007.