Glossar: Funktionenschar

Funktionenschar [Analysis]

Menge von Funktionen gleicher „Bauweise“:
Bei einer Funktionenschar gibt es außer der Funktionsvariable (meist „x“) noch eine weitere Variable, den sogenannten Parameter. Je nachdem, welche Zahl man für diesen Parameter einsetzt, erhält man eine andere Funktion.

Schreibweise: Lautet der Parameter „t“, so kennzeichnet man den Funktionsnamen mit einem tiefgestellten t – z.B. f_t.

Beispiel: $f_t(x) = x^2 + tx$; $t \in \mathbb{R}$.
f_4 hat dann die Gleichung $f_4(x) = x^2 + 4x$.

Anwendung: Funktionenscharen ermöglichen es, unendlich viele Funktionen gleicher Bauart „in einem Aufwasch“ zu behandeln. In vielen Anwendungen hängt die interessierende Größe außerdem von mehreren Variablen ab, so dass eine Berücksichtigung von Parametern Sinn macht.

Beispiel zur Untersuchung einer Funktionenschar auf Nullstellen:
$f_t(x) = x^2 + tx$; $t \in \mathbb{R}$.
Nullstellen: $f_t(x) = 0$
$x^2 + tx = 0$ | x Ausklammern
$\Leftrightarrow x \cdot (x + t) = 0$ | Satz vom Nullprodukt
$\Leftrightarrow x = 0 \vee x + t = 0$ | - t
$\Leftrightarrow x = \underline{\underline{0}} \vee x = \underline{\underline{-t}}$.
Ergebnis: f_t hat zwei Nullstellen, nämlich 0 und –t, wenn $t \neq 0$ ist.
Für $t = 0$ hat f_t eine (doppelte) Nullstelle bei $x = 0$.

Ableiten von Funktionenscharen: Beim Ableiten ist der Parameter wie eine konstante Zahl behandelt – also nicht wie die Funktionsvariable.

Beispiele zur Ableitung einer Funktionenschar:

Beispiel 1 $f_t(x) = x^2 + tx$; $t \in \mathbb{R}$.
$f_t'(x) = 2x + t$.

Beispiel 2: $k_a(x) = \frac{1}{a} x^2 - a^2 x + a$; $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

$$k_a{}'(x) = \frac{2}{a}x - a^2.$$

schöne Aufgaben bei nibis
Weitere Beispiele bei sos-mathe