Lore Lorentz Schule

Glossar: Grenzwert (Limes)

Grenzwert [Analysis]

Der Begriff des Grenzwerts ist zentral für die gesamte Analysis.

Auf ihm baut die <u>Differentialrechnung</u> ebenso auf wie die Integralrechnung.

Aus der Schulmathematik ist eine exakten Betrachtung des Grenzwertbegriffs rausgeflogen.

Meist wird hier hauptsächlich der Grenzwert einer Funktion f für x gegen unendlich und für x gegen minus unendlich thematisiert.

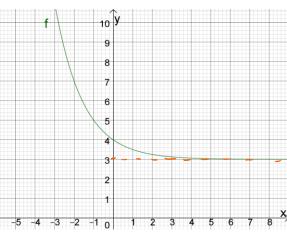
Anschaulich kann man sich darunter Folgendes vorstellen

Grenzwert einer Funktion f für x gegen unendlich $\lim_{x\to\infty} f(x)$ (sprich: Limes von f von x für x gegen unendlich) ist die Zahl, an die sich f(x) immer weiter annähert, wenn x immer größer wird (naja: falls es so eine Zahl gibt ...).

Beispiele:

Bsp. 1:
$$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x + 3$$
.

Wie im Graph zu erkennen, nähert sich der Funktionswert immer weiter der 3 an, wenn man "weiter nach rechts geht", also x erhöht. Ca. ab x = 5 ist der



Unterschied so klein, dass man ihn gar nicht mehr erkennen kann. Tatsächlich liegen alle Funktionswerte zumindest knapp über 3, die waagerechte Linie wird also nie erreicht. Das spielt beim Grenzwert aber keine Rolle:

$$\lim_{n\to\infty}f(x)=3$$

Low Lounts.

Streng mathematisch gesehen ist der Begriff des Grenzwerts einer Folge grundlegend:

Eine Folge a_n geht gegen den Grenzwert a, wenn sich die Werte von a_n für große n immer weiter an a annähern.

Genauer: wenn es für jeden noch so Bereich um a $(U_{\varepsilon} =]a - \varepsilon ; a + \varepsilon [)$ eine Stelle n_{ε} gibt, ab so dass alle nachfolgenden Werte von a_n darin liegen. Genaueres: hier

Auf dem Grenzwertbegriff für Folgen baut der Begriff des Grenzwert einer Funktion für x gegen ∞ wie auch für x gegen eine bestimmte Stelle x_0 auf.

Zusammenhang mit der Differentialrechnung:

Die Steigung (oder <u>Ableitung</u>) einer Funktion an einer Stelle x_0 ist der Grenzwert von Folgen von Sekantensteigungen definiert und das <u>Integral</u> einer Funktion f über dem <u>Intervall</u> [a; b] als Grenzwert von Folgen von <u>Unter-und Obersummen</u>.

