

Glossar: Horner-Schema

Horner-Schema [Analysis]

Schema, mit dem man auf einfache Weise Funktionswerte einer ganzrationalen Funktion berechnen kann.

Bsp.: $f(x) = -2x^3 + 5x^2 + 6x - 10$. Gesucht: $f(3)$

	-2	5	6	-10
	↓	·3 ↗ = -6 ↓ +5	·3 ↗ = -3 ↓ +6	·3 ↗ = 12 ↓ -10
x=3	-2	-1	4	2 = f(3)

Bem.: Die grau eingefärbte Zeile dient nur der Erläuterung der Nebenrechnungen. Normalerweise wird sie nicht mit aufgeschrieben.

Anwendung: Hauptsächlich wird das Horner-Schema verwendet, um ganzrationale Gleichungen zu lösen – also Nullstellen einer ganzrationalen Funktion zu bestimmen.

Mit dem Einsetzen einer Zahl a ins Horner-Schema kann man ein Polynom durch den linearen Term $(x - a)$ teilen – also wie bei der Polynomdivision eine Zerlegung in (Linear-)Faktoren zu bewerkstelligen. Die Zwischenergebnisse des Horner-Schemas entsprechen dabei den Koeffizienten der Lösung. Das Endergebnis – also $f(a)$ – ist der Rest.

Wenn also beim Horner-Schema Null herauskommt, gibt es keinen Rest: Man hat eine Möglichkeit gefunden, den linearen Term $(x - a)$ abzuspalten:

Bsp.: $f(x) = -2x^3 + 5x^2 + 6x - 12$.

Bekannt: Eine Nullstelle bei $x = 3$.

Gesucht: Faktorisierung / weitere Nullstellen.

	-2	5	6	-12
	↓	·3 ↗ = -6 ↓ +5	·3 ↗ = -3 ↓ +6	·3 ↗ = 12 ↓ -12
x=3	-2	-1	4	<u>0</u> = f(3)

Ergebnis: $f(x) = (x - 3)(-2x^2 - x + 4)$



Nach dem [Satz vom Nullprodukt](#) gilt:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x - 3 = 0 \vee -x^2 - x + 4 = 0 \text{ (nun lösbar mit quadratischer Ergänzung)}$$

$$x = 3 \vee -x^2 - x + 4 = 0 \mid \cdot (-1)$$

$$\Leftrightarrow x = 3 \vee x^2 + x - 4 = 0 \mid + 4 + (1/2)^2$$

$$\Leftrightarrow x = 3 \vee x^2 + x + \frac{1}{4} = 4 + \frac{1}{4}$$

$$\Leftrightarrow x = 3 \vee \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = 4,25$$

$$\Leftrightarrow x = 3 \vee x + \frac{1}{2} = \sqrt{4,25} \approx 2,061553$$

$$\Leftrightarrow x = 3 \vee x = -\frac{1}{2} + \sqrt{4,25} \approx 2,061553 \vee x = -\frac{1}{2} - \sqrt{4,25}$$

$$\text{also } x = \underline{3} \vee x \approx \underline{1,561553} \vee x \approx \underline{-2,561553}$$

Geschichte: Das Horner-Schema stammt aus der Zeit vor Erfindung des Taschenrechners - die Suche nach Rechenvereinfachungen hatte also eine eminent praktische Bedeutung. Der englische Mathematiker Sir William George Horner (1786 – 1837) hat dieses Verfahren entwickelt und publiziert – er hat es allerdings nicht als erster entdeckt.

Links: mehr zum Lösen ganzzahliger Gleichungen: Links [ganzzahlige Gleichungen](#)

[basistext_gleichungen](#)

