

## Glossar Kettenregel

### Kettenregel [\[Analysis, Differentialrechnung\]](#)

Regel für das [Ableiten](#) verschachtelter Funktionen.  
 Das sind Funktionen, bei denen der [Term](#) der einen in den der anderen eingesetzt wird - die Funktionen werden sozusagen nacheinander ausgeführt:

$$f(x) = u(v(x)).$$

Dabei heißt  $v(x)$  „innere Funktion“ und  $u(x)$  „äußere Funktion“.

**Beispiel 1:** Gegeben sind die zwei Funktionen  $u$  mit  $u(x) = x^{12}$  und  $v$  mit  $v(x) = 2x + 3$ . Setzt man nun  $v(x)$  in  $u$  ein, so erhält man:

$$f(x) = (\underbrace{2x + 3}_{\text{innere Funktion}})^{12}, \leftarrow \text{äußere Funktion}$$

**Kettenregel:** Im Folgenden seien  $u$  und  $v$  differenzierbare Funktionen.

$$f(x) = u(v(x)) \Rightarrow f'(x) = u'(v(x)) \cdot v'(x).$$

**Erläuterung:** Dabei ist die innere Funktion  $v$  häufig dadurch zu erkennen, dass ihr Term in einer Klammer steht (oder unter einem Bruchstrich, denn ein Bruchstrich wirkt bekanntlich wie eine Klammer).

$u$  ist die äußere Funktion. Man erhält ihre Gleichung, wenn man in der von  $f$  den Term von  $v$  weglässt und durch „ $x$ “ ersetzt.

**Beispiel 1:**  $f(x) = (2x + 3)^{12}$ ,  
 also  $u(x) = x^{12} \Rightarrow u'(x) = 12x^{11}$   
 $v(x) = 2x + 3 \Rightarrow v'(x) = 2$   
 $f'(x) = 12(2x + 3)^{11} \cdot 2 = 24(2x + 3)^{11} \cdot 2$

**Beispiel 2:**  $f(x) = \sin(x^2) \Rightarrow f'(x) = \cos(x^2) \cdot 2x$ .

**Beispiel 3:**  $f(x) = e^{5x+3} \Rightarrow f'(x) = e^{5x+3} \cdot 5$ .



**Beispiel 4:**  $f(x) = e^{x^2} \Rightarrow f'(x) = e^{x^2} \cdot 2x$ .

**Beispiel 5:** ([Produktregel](#) und Kettenregel)

$$f(x) = (0,25x^2 + 5) e^{3x+6}$$

$$f'(x) = 0,5x e^{3x+6} + (0,25x^2 + 5) e^{3x+6} \cdot 3$$

$$= (0,5x + (0,25x^2 + 5) \cdot 3) e^{3x+6}$$

$$= (0,5x + 0,75x^2 + 15) e^{3x+6}$$

$$= (0,75x^2 + 0,5x + 15) e^{3x+6}$$

**Bemerkung:** Die Umkehrung der Ableitung mittels Kettenregel ist – je nach Funktion – nicht so einfach. Hierzu benötigt man die Substitutionsregel der Integralrechnung.

**Beispiele** für die Ableitung mit Hilfe der Kettenregel findest du in der [Funktionensammlung](#) bei den Exponentialfunktionen.

**Einführung** (auch mit Video) und Aufgaben: [unterricht.de](http://unterricht.de)

**Übungen:** [ab\\_kettenregel\\_differentialrechnung.pdf](#);

**Link zu Übungen:** [serlo](http://serlo)

weitere Übungen zu Kettenregel und [Produktregel](#): Arbeitsblatt [ab\\_produkregel\\_kettenregel.pdf](#) und [ab\\_e-funktionen\\_ableiten.pdf](#)

weitere Links zur [Differentialrechnung](#)

