LORE LORENTZ SCHULE

Glossar: Kürzen

Kürzen [Grundlagen, Bruchrechnung]

Umformung eines Bruchs durch Division seines Nenners und seines Zählers durch dieselbe Zahl (ungleich 0).
Dadurch wird der Wert des Bruchs nicht geändert.

Bemerkung 1: Es handelt sich um die Gegenoperation zum Erweitern.

$$\frac{c\,a}{c\,b} = \frac{a}{b}$$

Sinnvollerweise kürzt man in der Regel dann, wenn der Faktor c in Zähler und Nenner schon auftaucht, also c ein Teiler des Zählers und des Nenners ist:

$$\frac{z}{n} = \frac{z/c}{n/c}$$

Bsp. 1: Kürzen des Bruchs $\frac{6}{8}$ durch 2 ergibt $\frac{3}{4}$.
Sinnvollerweise kürzt man durch den größten gemeinsamen Teiler (ggt), damit Zähler und Nenner möglichst klein werden.

Anwendungen: Vereinfachung von Brüchen.

Training: thema-mathematik.at

Übertragung auf Terme: Auch Terme in Bruchform kann man kürzen.

Achtung: Sind Zähler und/oder Nenner als Summe dargestellt, muss man, um durch c zu kürzen jeden einzelnen Summanden durch c teilen. Aus Summen kann man daher nur dann sinnvoll kürzen, wenn jeder Summand von Zähler und Nenner c als Faktor enthält. (Entsprechendes gilt für Differenzen).

Bsp. 2: Kürzen des Bruchs $\frac{5x+30}{-10x+20}$ durch 5 ergibt $\frac{x+6}{-2x+4}$

Bsp. 3: Kürzen des Bruchs $\frac{50x^2+30x}{20x\,y}$ durch 10x ergibt $\frac{5x+3}{2y}$.

Achtung: Kürzt man um einem Term, der den Wert Null annehmen kann, so kann sich das auf die Definitionsmenge des Bruchterms auswirken.

Bsp. 4: Der Bruch $\frac{x^2+5x+6}{x^2-2x-8}$ lässt sich faktorisiert darstellen als $\frac{(x+2)(x+3)}{(x+2)(x-4)}$. Er ist daher definiert für alle x außer -2 und 4. Kürzen ergibt $\frac{x+3}{x-4}$. Dieser Bruch ist aber definiert für alle $x \neq 4$.

Bemerkung 2: Ein Bruch ist so weit wie möglich gekürzt, wenn Zähler und Nenner keinen gemeinsamen Teiler haben, also teilerfremd sind.

Bemerkung 3: Einen Bruch kürzt man so weit wie möglich, indem man den größten gemeinsamen Teiler (ggT) von Zähler und Nenner bestimmt und dadurch kürzt.

Beliebte Fehler sind:

Platz 1: Kürzen aus Summen:

$\frac{50x^2+30x}{20x}$ „=“ $\frac{50x^2+3}{2}$.

Platz 2: Vergessen, dass sich die Definitionsmenge ändert:

$f(x) = \frac{(x+2)(x+3)}{(x+2)(x-4)}$ „=“ $\frac{x+3}{x-4}$, also ist $f(-2) = \frac{1}{6}$

Platz 3: „$\frac{x}{x}$ fällt weg“:

$\frac{x^3+5x^2+x}{2x}$ „=“ $\frac{x^2+5x}{2}$

Links: „Kacheltest“ Kürzen: mathe-online.at
Training: kürzen