# Glossar: Satz vom Nullprodukt

**Satz vom Nullprodukt** [Grundlagen]

Ein sehr nützlicher Satz zum Lösen bestimmter Gleichungen:

$a \cdot b = 0 \Leftrightarrow a = 0 \vee b = 0.$

Ein Produkt ist genau dann Null, wenn mindestens einer der Faktoren Null ist.

Das ist leicht einzusehen:
Die Faktoren a bzw. b können entweder positiv, negativ oder gleich Null sein.
Wenn Sie beide positiv sind, ist auch $a \cdot b$ positiv (also nicht Null)
Wenn Sie beide negativ sind, ist $a \cdot b$ ebenfalls positiv (also nicht Null)
Wenn ein Faktor positiv und der andere negativ ist, so ist $a \cdot b$ negativ (also wieder nicht Null)
Also muss im Fall, dass $a \cdot b = 0$ ist, a Null sein oder b Null sein (oder beides).

**Beispiel 1**: Lösen Sie die Gleichung: $(x + 3) \cdot (2x - 5) = 0$
Lösung: $(x + 3) \cdot (2x - 5) = 0$
$\Leftrightarrow x + 3 = 0 \vee 2x - 5 = 0$
$\Leftrightarrow x = -3 \vee 2x = 5$
$\Leftrightarrow x = \underline{\underline{-3}} \vee x = \underline{\underline{2{,}5}}$

**Häufigste Anwendung:** Nullstellenbestimmung

**Ansatz** zur Berechnung: $\boldsymbol{f(x) = 0}$.

**Beispiel 2**: Berechnung der Nullstellen von f mit
$f(x) = (0{,}1x - 8) \cdot (5x + 15) = 0$
Lösung: $(0{,}1x - 8) \cdot (5x + 15) = 0$
$\Leftrightarrow 0{,}1x - 8 = 0 \vee 5x + 15 = 0$
$\Leftrightarrow 0{,}1x = 8 \vee 5x = -15$
$\Leftrightarrow x = \underline{\underline{80}} \vee x = \underline{\underline{-3}}$

kannst du´s? **Check**

**Beispiel 3**: Berechnung der Nullstellen von f mit
$f(x) = x \cdot (x^2 + 4x + 3) = 0$
Lösung: $x \cdot (x^2 + 4x + 3) = 0$
$\Leftrightarrow x = 0 \vee x^2 + 4x + 3 = 0$
$\Leftrightarrow x = 0 \vee x^2 + 4x + 4 = -3 + 4$ | quadr. Erg.
$\Leftrightarrow x = 0 \vee (x + 2)^2 = 1$
$\Leftrightarrow x = 0 \vee x + 2 = 1 \vee x + 2 = -1$
$\Leftrightarrow x = 0 \vee x = -1 \vee x = -3$
$\Leftrightarrow x = \underline{\underline{0}} \vee x = \underline{\underline{-1}} \vee x = \underline{\underline{-3}}$

**Beispiel 4**: Oft hilft Ausklammern:
$f(x) = (x^2 + 4x) = 0$
Lösung: $x \cdot (x + 4) = 0$
$\Leftrightarrow x = 0 \vee x + 4 = 0$
$\Leftrightarrow x = \underline{\underline{0}} \vee x = \underline{\underline{-4}}$

Check, ob du quadratische Gleichungen durch Ausklammern lösen kannst: hier

**Beispiel 5**: Berechnung der Nullstellen von f mit
$f(x) = (06x - 1{,}2) \cdot e^{-0{,}6x+1{,}8} = 0$
Lösung: $(06x - 1{,}2) \cdot e^{-0{,}6x+1{,}8} = 0$
$\Leftrightarrow 06x - 1{,}2 = 0 \vee e^{-0{,}6x+1{,}8} = 0$ (Die e-Funktion nimmt aber nirgends den Wert Null an.)
$\Leftrightarrow 06x = 1{,}2$
$\Leftrightarrow x = \underline{\underline{2}}$.

**Beliebte Fehler:**

Beliebt wie immer der Vorzeichenfehler:
z.B. bei $(x + 2)(x - 4) = 0$
„$\Leftrightarrow$“ $x = 2 \vee x = -4$, statt $x = -2 \vee x = 4$.

Manchen wächst der Satz von Nullprodukt so ans Herz, dass sie auch nicht auf ihn verzichten möchten, wenn das Produkt gar nicht Null ist.
z.B. bei $(x + 2)(x + 4) = 48$
Mache meinen nun, die 48 sei eigentliche überflüssig und geben $x = -2$ und $x = -4$ als Lösung an.
Andere nehmen den „Satz von Achtundvierzigprodukt“ zu Hilfe und rechnen $x + 2 = 48 \vee x + 4 = 48$.
Leider gibt es keinen „Satz von Achtundvierzigprodukt“. Man muss die Klammern auflösen und dann die quadratische

| | |
|---|---|
| | Gleichung in den Griff kriegen (z.B. mit quadratischer Ergänzung). |