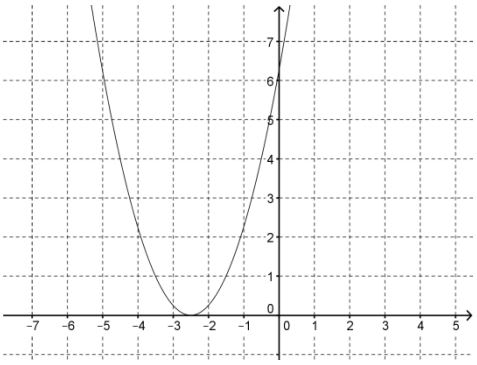
# Glossar: doppelte Nullstelle

**Nullstelle, doppelte** [Analysis]

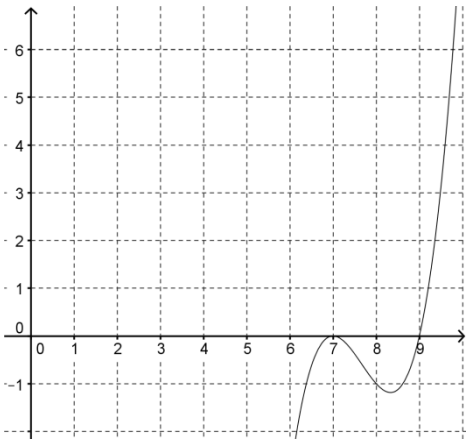
Eine ganzrationale Funktion $f$ hat eine doppelte Nullstelle bei $x_0$ , wenn der entsprechende Linearfaktor $(x - x_0)$ in der faktorisierten Form doppelt auftritt.

Am einfachsten lässt sich das anhand der faktorisierten Form einer quadratischen Funktion erklären:

**Beispiel 1**: $f$ mit
$f(x) = (x + 2{,}5\,)^2$
$= (x + 2{,}5)(x + 2{,}5)$
hat eine doppelte Nullstelle bei $x$ =-2,5.

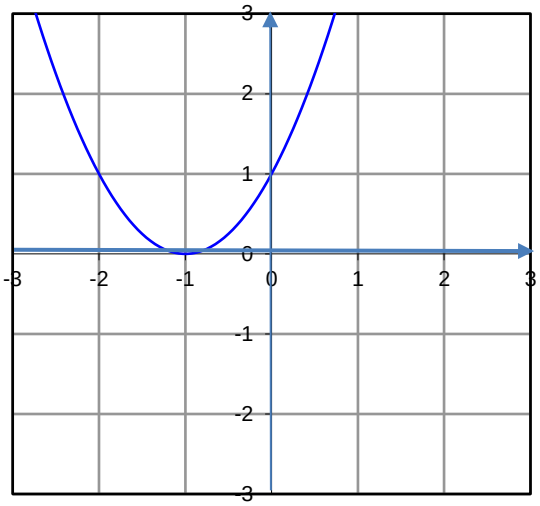



**Beispiel 2**: $f$ mit
$f(x) = (\,x - 9)\,(\,x - 7)^2$ hat eine doppelte Nullstelle bei $x = 7$ (und eine einfache bei $x = 9$).

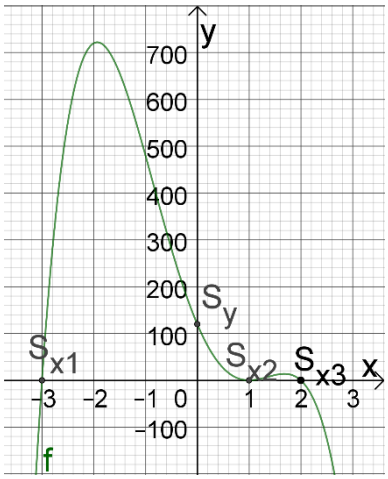



**Graphisch**: Dort, wo eine Funktion eine doppelte Nullstelle hat, berührt ihr Graph die x-Achse, ohne dass die Funktion dabei das Vorzeichen wechselt („kein VZW“).

**Beispiel 3**: $f(x) = (x+1)^2$ , also doppelte Nullstelle bei $x = -1$




**Beispiel 4**:
$f(x)$
$=-20\cdot x^4-60\cdot x^3+60\cdot x^2+140\cdot x-120$
$= -20\,(x-1)^2\,(x+3)\,(x-2)$, also liegt eine doppelte Nullstelle bei $x = 1$ vor.
(und zwei einfache bei -3 und 2).




**Ansatz** zur Berechnung:
$f(x) = 0$.
Leider ist es nicht so einfach, das herauszufinden, wenn die faktorisierte Funktion nicht angegeben ist.
Das Faktorisieren macht nämlich in der Regel viel Arbeit: Im angegebenen Fall müsste man – wenn man keinen geeigneten Taschenrechner mit solve-Befehl bzw. kein geeignetes Programm hat, erst einmal ganzzahlige Nullstellen durch systematisches Probieren suchen:
Einsetzen in $f(x) = -20\cdot x^4 - 60\cdot x^3 + 60\cdot x^2 + 140\cdot x - 120$ bei $x = 1$ hätte man einen Treffer: $f(1) = 0$.
Dann würde man das Horner-Schema mit $x = 1$ oder die Polynomdivision durch $(x-1)$ durchführen. Als Ergebnis erhält man ein Polynom vom Grad 3 und ist somit immer noch nicht fertig!

Die Suche geht weiter: systematisches Probieren usw. …
Besser sieht es aus, wenn man Technologie einsetzen kann (z.B. mit einem Taschenrechner wie dem TI30XPro oder einem CAS). Mehr dazu hier.
Mit CAS kann man sogar direkt faktorisieren lassen:
beim TI-Npsire: „factor(f(x))“