Glossar: Stammfunktion

Stammfunktion einer Funktion f [Analysis, Integralrechnung]

Jede Funktion F, deren Ableitung F' mit f übereinstimmt, heißt Stammfunktion von f.
also:
F ist Stammfunktion von $\Leftrightarrow F'(x) = f(x)$ für alle $x \in$ D (f).

Folgerung: Ist F eine Stammfunktion von f und $c \in \mathbb{R}$ eine beliebige Konstante, so ist auch jede gegenüber F um c in y-Richtung (also nach oben bzw. unten) verschobene Funktion eine Stammfunktion von f.
oder anders ausgedrückt:
F ist Stammfunktion von f
$\Rightarrow$ Die Funktion $F + c$
mit $(F + c)(x) = F(x) + c$ ist ebenfalls Stammfunktion von f (wobei $c \in$ IR).

Bsp. 1: Gegeben ist f mit $f(x) = 6\,x^2 + 13$.
Dann ist F mit $F(x) = 2\,x^3 + 13\,x$ eine Stammfunktion von f.
Probe: $F'(x) = f(x)$.
Eine andere Stammfunktion ist z.B. F_2 mit
$F_2(x) = 2\,x^3 + 13\,x + 2$, wieder eine andere $F_{210,7}$ mit
$F_{210,7}(x) = 2\,x^3 + 13\,x + 210{,}7$.
Jede Funktion F_c mit $F_c(x) = 3\,x^3 + 13\,x + c$, $c \in \mathbb{R}$ ist Stammfunktion von f.

Bsp. 2: Gegeben ist die Funktion f mit
$f(x) = x^3 - x^2 + 5x - 5$.
Bestimmen Sie diejenige Stammfunktion von f, deren Graph durch den Punkt (-3 | 78,75) geht.
$F(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + 2{,}5\,x^2 - 5\,x + c$;
$F(-3) = 78{,}75$
$\Leftrightarrow \frac{1}{4}(-3)^4 - \frac{1}{3}(-3)^3 + 2{,}5\,(-3)^2 - 5\,(-3) + c = 78{,}75$
$\Leftrightarrow c = 12$.
$F(x) = \underline{\frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + 2{,}5x^2 - 5x + 12}$

Bem.: Die Menge aller Stammfunktionen von f heißt unbestimmtes Integral von f.

Bem.: Es gilt: jede Integralfunktion i der Funktion f mit $i(x) = \int_0^x f(t)\,dt$ ist auch Stammfunktion von f.