

Glossar: Standardabweichung

Standardabweichung [Beschreibende Statistik]

Die Standardabweichung ist ein Streuungsmaß, d.h., sie gibt an, wie stark die einzelnen Werte einer Grundgesamtheit um den Mittelwert herum „verstreut liegen“.
 Stimmen die Werte sehr stark miteinander überein (liegen also nahe beieinander), so ist die Streuung gering, weichen sie dagegen erheblich voneinander ab, so ist die Streuung stark.

Die Standardabweichung ist die Wurzel aus der [Varianz](#) (der mittlere quadratische Abweichung der Werte vom [arithmetischen Mittel](#)).

Sie ist neben der Varianz das gebräuchlichste [Streuungsmaß](#).

Bezeichnung: σ (sprich: „sigma“ - im Gegensatz zur Varianz σ^2)

Die Formel für die Standardabweichung (der Grundgesamtheit) lautet:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n}((\bar{x} - x_1)^2 + \dots + (\bar{x} - x_n)^2)}$$

Bsp.: (2 ; 6 ; 3),

$$\bar{x} = \frac{2+6+3}{3} = 3\frac{2}{3}$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{3} \left(\left(3\frac{2}{3} - 2\right)^2 + \left(3\frac{2}{3} - 6\right)^2 + \left(3\frac{2}{3} - 3\right)^2 \right) \approx \underline{\underline{2,888889}}$$

Die Standardabweichung ist dann

$$\sigma = \sqrt{2,888889} \approx 1,69967317$$

Rechnung in Tabellenform

i	x _i	(\bar{x} - x _i) ²
1	2	2,77777778
2	6	5,44444444
3	3	0,44444444
a.M .	$\bar{x} = 3,66667$	$\sigma^2 \approx 2,8888889$



$$\sigma \approx 1,69967317$$

Das ist recht aufwändig.

Viel leichter ist die Berechnung der Standardabweichung bei der [Binomialverteilung](#).

Ist X binomialverteilt mit den Parametern n und p , so gilt:

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1 - p)} = \sqrt{n \cdot p \cdot q}$$

Die Standardabweichung bei Binomialverteilungen spielt eine wichtige Rolle bei den [Sigma-Regeln](#).

Eine wichtige Anwendung sind Hypothesentests.

Bsp.: Beim 400-maligen Werfen eines fairen Würfels wird die Häufigkeit gezählt, mit der die „Fünf“ fällt.

X ist B_p^n -verteilt mit $n = 400$ und $p = \frac{1}{6}$.

$$\sigma = \sqrt{400 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6}} \approx 7,45$$

FAQ: *Warum benutzt man statt der mittleren quadratischen Abweichung nicht die mittlere Abweichung als Abweichungsmaß?*

Man benutzt dabei nicht die Differenzen der einzelnen Werte vom Mittelwert, denn diese würden sich wegen der unterschiedlichen Vorzeichen gegenseitig genau ausgleichen und es käme immer Null heraus (Ausgleichseigenschaft des arithmetischen Mittels).

Warum benutzt man statt der mittleren quadratischen Abweichung nicht die absolute Abweichung als Abweichungsmaß?

Ein Grund hierfür ist, dass dann auch viele kleine Abweichungen verhältnismäßig stark eingehen würden: hundert Werte, die um 0,1 von \bar{x} abweichen würden zum gleichen Ergebnis führen wie ein Wert, der um 10 von \bar{x} abweicht. Man erwartet aber „viele kleine“ Abweichungen – diese sollen das Abweichungsmaß daher nicht sonderlich in die Höhe treiben, während einzelne größere Abweichungen stärker eingehen sollen. Das wird durch die Quadratur der Abweichungen erreicht.

Lehrfilm zu Mittelwert und Standardabweichung:

<http://www.mathe-online.at/clips/mwstdabw/index.html>

