

Glossar: Tangente

Tangente von f bzgl. der Stelle x_0 [Analysis, Differentialrechnung]

„Berührende“ Gerade, also [Gerade](#), die den [Graph](#) der betrachteten Funktion f im Punkt $P_0(x_0|f(x_0))$ berührt.

Was genau dieses „Berühren“ bedeutet, kann man auf verschiedenen Wegen klar machen.

Letztlich steckt ein Grenzwertprozess dahinter:

Man betrachtet Sekanten – also die Geraden durch den Punkt P_0 und einen (in der Nähe liegenden) weiteren Punkt P auf dem Graph der Funktion. Dann lässt man P immer weiter gegen P_0 wandern. Die „Grenzlage“ dieser Sekanten ergibt die Tangente.

Schön visualisiert mit Geogebra: [hier](#)

Aufstellen der Tangentengleichung – wenn man schon ableiten kann:

Beispiel: Gegeben ist die Funktion f mit

$$f(x) = -0,5 x^3 + 2 x^2 + 8,5 x - 30.$$

Stell die Gleichung der Tangenten von f an der Stelle $x = 4$ auf.

Hilfsmittel: $f'(x) = -1,5 x^2 + 4 x + 8,5$

Ansatz: $t(x) = m x + b$

$$m = f'(4) = 0,5$$

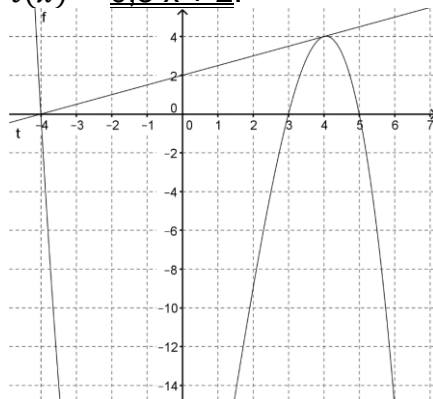
$$t(x) = 0,5 x + b$$

$$t(4) = 0,5 \cdot 4 + b = 4$$

$$\Leftrightarrow 2 + b = 4$$

$$\Leftrightarrow b = 2$$

$$t(x) = \underline{\underline{0,5 x + 2.}}$$



Siehe: [Geradengleichung aufstellen](#)



Allgemein:

Zur Tangente gehört eine [lineare Funktion](#), also hat ihre Gleichung die Form $t(x) = m x + b$.

Die Tangentensteigung ist die [Ableitung](#) von f an der Stelle x_0 , also gilt $m = f'(x_0)$.

Die Tangente berührt den Graph von f im Punkt $(x_0|f(x_0))$, also gilt: $t(x_0) = f'(x_0) \cdot x_0 + b = f(x_0)$
 $\Leftrightarrow b = f(x_0) - f'(x_0) \cdot x_0$.

Insgesamt ergibt sich:

$$t(x) = f'(x_0) \cdot x + f(x_0) - f'(x_0) \cdot x_0$$

Durch [Ausklammern](#) erhält man:

$$t(x) = f'(x_0) \cdot (x - x_0) + f(x_0).$$

Anwendungen:

Der Begriff der Tangente ist wichtig, um die Idee der [Ableitung](#) zu verstehen.

Im Newtonverfahren werden Tangenten zur schrittweisen Annäherung an die [Nullstellen](#) benutzt.

Wirtschaftliche Anwendungen sind die Bestimmung des [Betriebsminimums](#) bzw. [-optimums](#) durch Anlegen von Tangenten an k_v bzw. k .

Link zur Übung (Tangentengleichung aufstellen): [serlo.org 1](http://serlo.org/1)
 und wenn man die Ableitung von \ln kennt: [serlo.org 2](http://serlo.org/2).

