

Zweistufiger Produktionsprozess

Ein Unternehmen verarbeitet in einer ersten Produktionsstufe die Rohstoffe R_1 , R_2 und R_3 zu den Zwischenprodukten Z_1 , Z_2 und Z_3 , aus denen schließlich die Endprodukte E_1 , E_2 und E_3 hergestellt werden.

Die Verflechtungsmatrix $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ beschreibt die erste Produktionsstufe, d.h.

sie gibt an, wie viele Mengeneinheiten (ME) der einzelnen Rohstoffe für die Produktion je einer ME der einzelnen Zwischenprodukte nötig sind.

Die Verflechtungsmatrix $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ beschreibt die Verflechtung der 2.

Produktionsstufe.

Rohstoffkosten:

	R_1	R_2	R_3
GE	7	4	5

Produktionskosten der Zwischenprodukte pro Mengeneinheit

	Z_1	Z_2	Z_3
GE	4	1	2

Produktionskosten der Endprodukte pro Mengeneinheit

	E_1	E_2	E_3
GE	10	15	20

- (1.1) Stell die Verflechtung graphisch dar (in einem Gozintographen). [Lösung](#)
- (1.2) Berechne die Rohstoffverbrauchsmatrix C. [Lösung](#)
- (1.3) Ermittle, wie viele ME von Rohstoff R_2 erforderlich sind, um 50 ME von Z_3 herzustellen. [Lösung](#)
- (1.4) Berechne die Rohstoffkosten, die bei der Herstellung der einzelnen Endprodukte pro Mengeneinheit anfallen. [Lösung](#)

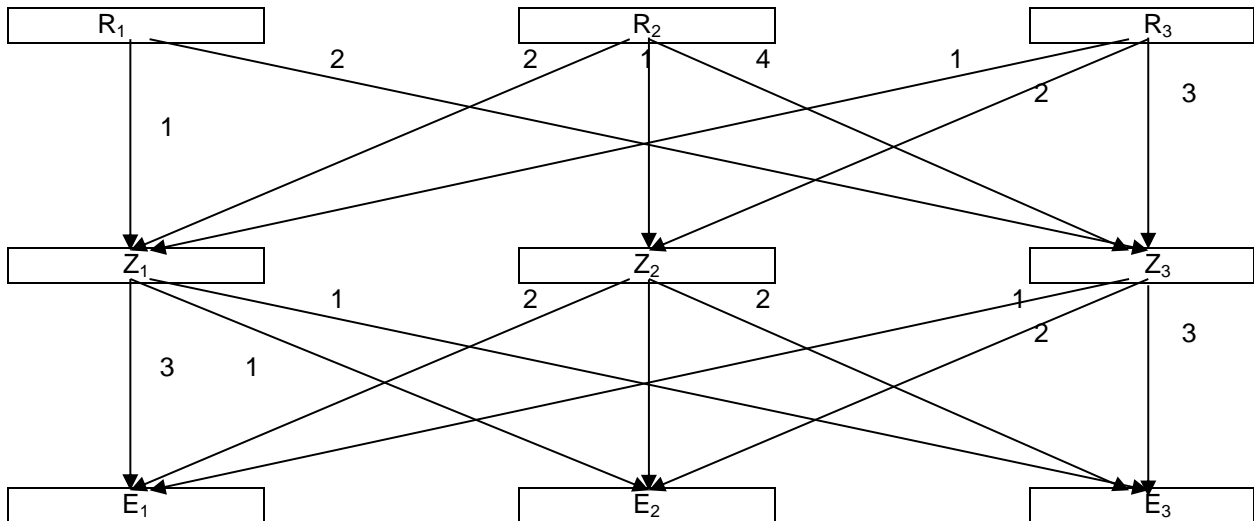


- (1.5) Berechne die Gesamtkosten für die Herstellung von jeweils einer ME der einzelnen Endprodukte. [Lösung](#)
- (1.6) Untersuche, welche Mengen der einzelnen Endprodukte hergestellt werden können, wenn 1850 ME Z_1 und 1800 ME Z_2 und 2200 ME Z_3 aufgebraucht werden sollen. [Lösung](#)



Lösungen

(1.1) Lösung:



(1.2) Lösung

$$C = A \cdot B =$$

			E ₁	E ₂	E ₃
		R ₁	3	1	1
		R ₂	2	0	2
		R ₃	1	2	3
R ₁	R ₂	R ₃	5	5	7
1	0	2	12	10	16
2	1	4	10	7	14
1	2	3			

$$C = \begin{pmatrix} 5 & 5 & 7 \\ 12 & 10 & 16 \\ 10 & 7 & 14 \end{pmatrix}$$

(1.3) Lösung: $4 \cdot 50 = 200$ ME.

(1.4) Lösung:

			E ₁	E ₂	E ₃
		R ₁	5	5	7
		R ₂	12	10	16
		R ₃	10	7	14
R ₁	R ₂	R ₃	133	110	183
7	4	5			



(1.5) *Lösung*: Produktionskosten der Zwischenprodukte

			E ₁	E ₂	E ₃
		Z ₁	1	0	2
		Z ₂	2	1	4
Z ₁	Z ₂	Z ₃	1	2	3
4	1	2	8	5	18

$$(133 \ 110 \ 183) + (133 \ 110 \ 183) + (10 \ 15 \ 20)$$

$$= (159 \ 133 \ 215)$$

Bei der Herstellung von einer ME E₁ betragen die Gesamtkosten 159 GE, bei der Herstellung von einer ME E₂ 133 G.E. und bei einer ME E₃ 215 GE.

(1.6) *Lösung*: Gauss-Verfahren:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 1 & 1 & 185 \\ 2 & 0 & 2 & 180 \\ 1 & 2 & 3 & 220 \end{array} \right) \dots (\text{Gauss-Umformungen})$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 400 \\ 0 & 1 & 0 & 150 \\ 0 & 0 & 1 & 500 \end{array} \right)$$

Man kann daraus 400 ME von E₁, 150 ME von E₂ und 500 ME von E₃ herstellen.

Probe:

			400
			150
			500
3	1	1	1850
2	0	2	1800
1	2	3	2200

