LORE LORENTZ SCHULE

Einführung in die Matrizenrechnung

In der Wirtschaft ist es wichtig, Materialflüsse im Blick zu haben. Dazu verwendet man in der Regel Tabellen.

In der Mathematik schreibt man die Zahlen solcher Tabellen schlichtweg mit Klammern und überlegt dann, inwieweit man damit sinnvoll rechnen kann.

Beispiel: Drei Betonwerke B_1, B_2 und B_3 benötigen die Rochstoffe Kies (R_1) und Sand (R_2).

Die Lieferungen in der 12. Kalenderwoche in Tonnen kann man als Tabelle schreiben:

Lieferung	B_1	B_2	B_3
R_1	20	30	15
R_2	50	70	30

als Matrix geschrieben, sieht das so aus:

L = $\begin{pmatrix} 20 & 30 & 15 \\ 50 & 70 & 30 \end{pmatrix}$.

Das nennt man eine Matrix von Format (2×3) (sprich: „2 Kreuz 3“. Das bedeutet nur, die Matrix hat 2 Zeilen und 3 Spalten.)

Tipp: Damit sich weiter etwas darunter vorstellen kann, schreibt man mit Bleistift die Kennung für die Bedeutung links und oben an die Matrix, also: $\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc} B_1 & B_2 & B_3 \end{array} \\ \begin{array}{c} R_1 \\ R_2 \end{array} & \begin{pmatrix} 20 & 30 & 15 \\ 50 & 70 & 30 \end{pmatrix} \end{array}$

Jetzt geht erstmal alles ganz einfach. Es gibt ein paar neue Begriffe und dann rechnet man genau so, wie man automatisch rechnen würde:

Eine Halbierung oder Verdopplung der Lieferungen (z.B. gegenüber der entsprechenden Kalenderwoche des Vorjahres) Kalenderwoche bedeutet, dass man jede Zahl halbieren oder verdoppeln muss:

$$2 \cdot L = \begin{pmatrix} 40 & 60 & 30 \\ 100 & 140 & 60 \end{pmatrix}; \tfrac{1}{2} \cdot L = \begin{pmatrix} 10 & 15 & 7,5 \\ 25 & 735 & 15 \end{pmatrix};$$

Die Addition von Lieferungen aus verschiedenen Kalenderwochen geht ebenfalls wie man es erwartet:

$$\begin{pmatrix} 20 & 30 & 15 \\ 50 & 70 & 30 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 25 & 35 & 14 \\ 52 & 80 & 34 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 55 & 75 & 29 \\ 102 & 150 & 3064 \end{pmatrix}$$

Rechnen mit Matrizen ist auf dieser Ebene kinderleicht (und man fragt sich, was das im der Mathematikunterricht der Oberstufe zu suchen hat).

Nochmal die mathematischen Begriffe:

Eine **Matrix** ist ein rechteckiges Schema von $m \cdot n$ Zahlen, die in m Zeilen und n Spalten angeordnet sind (Plural: **Matrizen**).

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Die einzelnen Zahlen in der Matrix (a_{11}, a_{12} usw.) heißen **Elemente** der Matrix. a_{ij} ist das Element in Zeile i und Spalte j.
Die Elemente sind doppelt durchnummeriert (nach Zeilen und nach Spalten); die zugehörigen Nummern heißen **Indizes** (Singular: **Index**).
a_{ij} hat den **Zeilenindex** i und den **Spaltenindex** j.
Das **Format** einer Matrix gibt die Zeilen und Spaltenzahl an, d.h. eine (m×n)-Matrix hat das Format (m×n).

Bsp. $A = \begin{pmatrix} 10 & 0 & 3 \\ 0{,}5 & 3 & -12 \end{pmatrix}$ ist eine Matrix.

Darin treten die folgenden Elemente auf:
$a_{11} = 10$; $a_{12} = 0$; $a_{13} = 3$; $a_{21} = 0{,}5$; $a_{22} = 71$; $a_{23} = -12$.
A hat das Format (2×3).

Weiteres zu den grundlegenden Definitionen in der Matrizenrechnung und zu wichtigen Sonderfällen hier: Definitionen in der Matrizenrechnung

Das Potential der Matrizenrechnung wird erst deutlich, wenn man sich mehrstufige Produktionsprozesse ansieht. (hier geht's weiter)