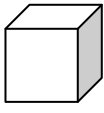
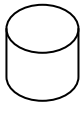
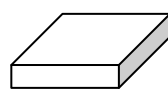

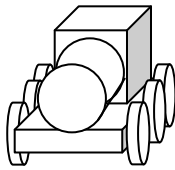
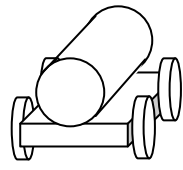
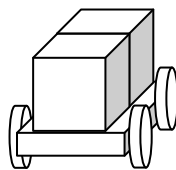
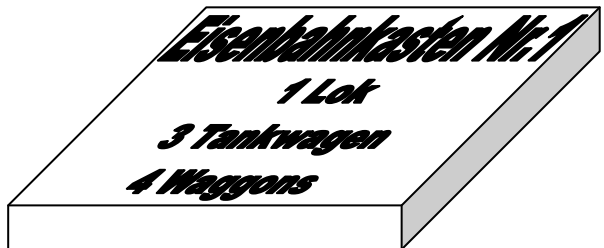
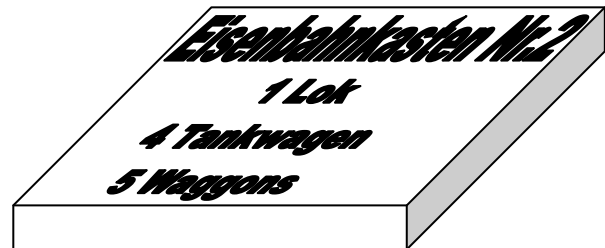
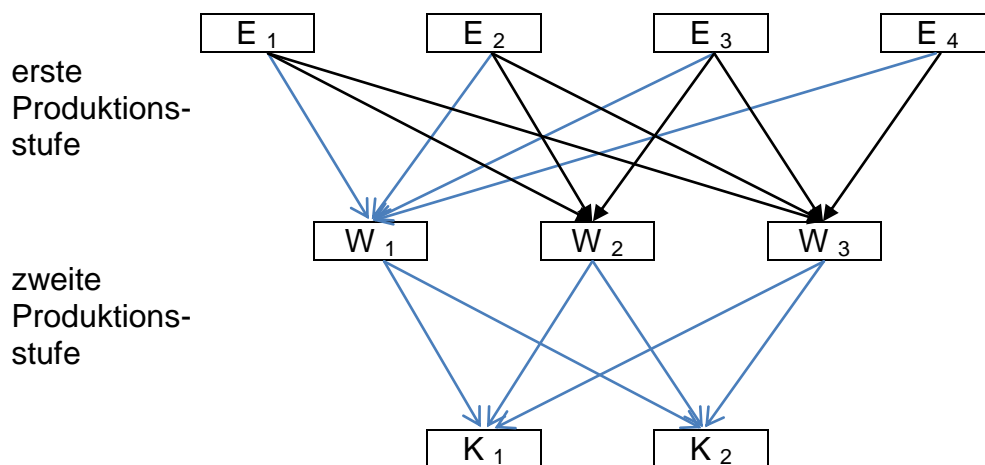


Einstieg: Zweistufiger Produktionsprozess

Ein Spielwarenhersteller produziert Eisenbahn-Kästen. Die verschiedenen Typen von Einzelteilen, Wagen und Kästen sind nebenstehend abgebildet. In der ersten Produktionsstufe werden die Einzelteile zu unterschiedlichen Wagen zusammengesetzt. Diese werden in der zweiten Stufe zu Kästen sortiert und verpackt.

<p>E₁</p>  <p>würfelförmiger Aufbau Länge: 4 cm Breite: 4 cm Tiefe: 4 cm</p>	<p>E₂</p>  <p>zylindrischer Aufbau Radius: 1,5 cm Höhe: 3 cm</p>	<p>E₃</p>  <p>Grundfläche Länge: 8 cm Breite: 5 cm Tiefe: 6 mm</p>	<p>E₄</p>  <p>Rad Radius: 1 cm Breite: 4 mm</p>
<p>W₁</p>  <p>Lok</p>	<p>W₂</p>  <p>Tankwagen</p>	<p>W₃</p>  <p>Waggon</p>	
<p>K₁</p>  <p>Kasten 1</p>		<p>K₂</p>  <p>Kasten 2</p>	

1. Stellen Sie die Produktionsverflechtung in einem Gozintographen dar.*

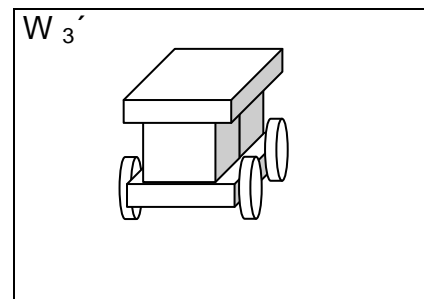


* An den betreffenden Pfeil schreibt man, wie viele Teile z.B. von E₁ man benötigt, um ein Teil z.B. von W₁ herzustellen.

2. Stellen Sie den Einzelteilbedarf für je einen Wagen jeden Wagentyps in einer Matrix A_{EW} dar. Dabei steht a_{ij} für den Mengenbedarf an Einzelteilen des Typs i für einen Wagen vom Typ j .
Erarbeiten Sie in entsprechender Weise eine Matrix B_{WK} , die das Packen der Kästen in der zweiten Produktionsstufe darstellt.
3. Eine größere Menge von Kästen des Typs K_1 muss gefertigt werden. Allerdings sind gerade Einzelteile vom Typ E_4 knapp. Ermitteln Sie den entsprechenden Bedarf pro Kasten. Ein neuer Mitarbeiter möchte wissen, wie Sie auf Ihr Ergebnis kommen. Veranschaulichen Sie ihm dies auf mehreren Wegen.
4. Erarbeiten Sie in entsprechender Weise eine Matrix, der man entnehmen kann, welche Mengen der jeweiligen Einzelteile E_1 bis E_2 für den jeweiligen Kasten K_1 bzw. K_2 nötig sind.
(Bezeichnung der entsprechenden Matrix: C_{EK})

Zur Steigerung der Markt-Chancen soll die Produktreihe überarbeitet werden.

5. Der Waggon (W_3) soll durch das abgebildete Modell (W_3') ersetzt werden. Untersuchen Sie, welche Elemente der drei Matrizen sich hierdurch verändern.

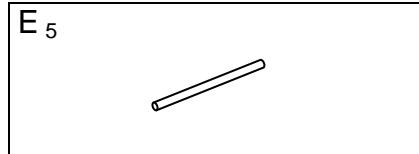


6. Die Einzelteile werden angekauft.
Ein Würfel kosten dabei 20 Cent, ein zylindrischer Aufbau 40 Cent, eine Grundfläche 10 Cent und ein Rad 5 Cent.
Berechnen Sie die Einzelteil-Kosten jedes einzelnen Wagentyps.

Übersicht über mehrstufige Produktionsprozesse: [Übersicht](#) auf der Seite www.mathebaustelle.de

Weiterentwicklungen und Variationen

7. (Gruppenarbeitsphase:) Die Produktlinie soll nun doch umfassend erneuert werden. Dazu werden Stäbe als neues Einzelteil E_5 dazugenommen.



Diese können als Rad-Achsen oder anderweitig zur Gestaltung eingesetzt werden. Alle Einzelteile lassen sich in der weiteren Verarbeitung durch Sägen auch halbieren, durch das Anbringen von Bohrlöchern und anschließendes Verleimen können die Stäbe an anderen Elementen befestigt werden. Entwerfen Sie drei neue Wagen W_1' , W_2' , W_3' (denkbar sind auch Käfigwagen für den Zoo etc.), sowie zwei verschiedene Kästen, in denen sich die neuen Wagen anbieten lassen. Stellen Sie die Produktionsverflechtungen (also den entsprechenden Materialbedarf) wahlweise in Matrizenform oder als Gozintographen dar. Gestalten Sie ein Werbeplakat, dass die Vorzüge der neuen Produktionslinie zur Geltung kommen lässt.

Solange die neu entwickelten Produktlinien noch im Entwurfsstadium sind, geht das Geschäft mit den Kästen in der ursprünglichen Form weiter. Grund genug, einen Blick in die Firmengeschichte zu werden.

8. Zu Anfang des Unternehmens war ausschließlich Kasten K_1 im Programm. Die Fixkosten beliefen sich auf 2200 € im Monat. In der Konkurrenzsituation zu anderen Anbietern legte das Unternehmen den Stückpreis eines Kastens mit 11 € fest – dafür wird K_1 noch heute an den Handel abgegeben. Die Gewinnschwelle lag bei 500 Stück. Stellen Sie die Gleichung der Gewinnfunktion auf, wenn von einer linearen Kostenfunktion auszugehen ist. Geben Sie außerdem eine Gleichung einer Gewinnfunktion an, die in Frage kommt, wenn die Kostenfunktion vom Grad drei ist.

Seit einigen Monaten sind nun beide Kästen im Produktionsprogramm.

9. Ein Einkäufer eines Spielwarenladens hat noch 320 € für den Bereich Eisenbahn im Budget. Dabei kostet ihn K_1 11 € pro Stück im Einkauf, K_2 14 € pro Stück. Bei Kasten K_1 beträgt die Gewinnspanne für sein Geschäft 7 €, bei Kasten K_2 dagegen 9 €.
Wie viele Eisenbahnkästen der Typen K_1 und K_2 kann er kaufen?
Untersuchen Sie die möglichen Kombinationen daraufhin, für welche von Ihnen die Gewinnerwartungen (beim Verkauf aller Kästen) genau gleich bzw. möglichst hoch sind. Wählen Sie begründet eine Kombination aus, die Ihnen in der Rolle des Einkäufers sinnvoll erscheint.

Mit der Entwicklung der neuen Produktionslinie beobachtet das Unternehmen genau, wie sich die Marktanteile entwickeln.

10. Das Unternehmen beliefert bundesweit 1000 Spielwarenläden. Nach Markteinführung der neuen Linie entschied sich jeder davon entweder zur Beibehaltung der alten Linie oder zur Übernahme der neuen. Zunächst blieben 800 Läden bei der alten Linie und nur 200 wechselten auf die neue. Je nach der Nachfrage entscheiden sich nun jeden Monat 40% der Läden, die bisher bei der alten Linie geblieben sind, auf die neue umzuschwenken. Dagegen wechseln monatlich 20% der Läden, die die neue Linie führen, auf die alte zurück zu wechseln. Stellen Sie die Verteilung der beiden Line innerhalb der ersten 5 Monate dar und untersuchen Sie, wohin sich der Trend entwickeln wird.

Matrizenmultiplikation und Falksches Schema

Das Produkt der (4×3) -Matrix A_{EW} und der (3×2) -Matrix A_{WK} lässt sich mit Hilfe des **Falkschen Schemas** wie folgt darstellen:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$$

Annäherung an eine Def: Das Produkt einer (4×3) -Matrix A und einer (3×2) -Matrix B kann man mit Hilfe des **Falkschen Schemas** wie folgt darstellen:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie mit Hilfe des Falkschen Schemas:

a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 & 6 & 7 \\ 8 & 9 & 10 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 7 & 8 \\ 9 & 10 \end{pmatrix}$