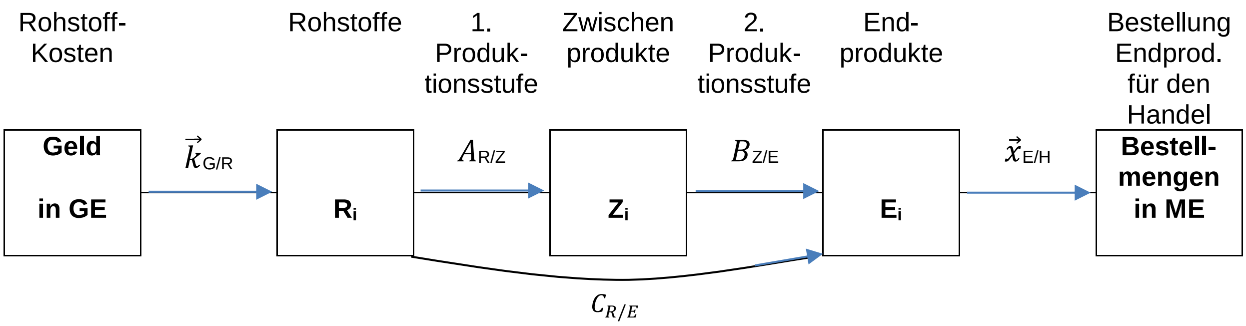
Übersicht Mehrstufige Produktionsprozesse

Sinnvolle Benennungen: Rohstoffe: R_i (also $R_i, R_2, R_3, \ldots$)   Zwischenprodukte: Z_i (also $Z_i, Z_2, Z_3, \ldots$)
Endprodukte: E_i (also $E_i, E_2, E_3, \ldots$)
(Die Bezeichnungen lassen sich im Einzelfall anpassen: z.B.: E_i: Einzelzeile, H_i: Halbfertigprodukte, F_i: Fertigprodukte)



Sinnvolle Benennungen: Bei Matrizen schriebt man hinter den eigentlichen Namen (z.B. „A“) noch tiefergestellt, was worin umgewandelt wird: (z.B. „R“ in „Z“).

Beispiel 1: Die Matrix $A_{R/Z}$ gibt an, wie viele ME der einzelnen Rohstoffe R_i nötig sind, um jeweils eine ME der einzelnen Zwischenprodukte Zj herzustellen.

Beispiel 2: Der Vektor $\vec{k}_{G/R}$ gibt an, wie viele GE nötig sind, um die einzelnen Rohstoffe R_i einzukaufen.

Verflechtungsmatrizen

$A_{R/Z}$	Rohstoff-Zwischenprodukt-Matrix = Verflechtungsmatrix der 1. Produktionsstufe	
$B_{Z/E}$	Zwischenprodukt-Endprodukt-Matrix = Verflechtungsmatrix der 2. Produktionsstufe	
$C_{R/E}$	Rohstoff-Endprodukt-Matrix = Technologiematrix	$C_{R/E} = A_{R/Z} \cdot B_{Z/E}$ (falls nicht auch Rohstoffe ohne den Umweg über die Zwischenprodukte Eingang in die Endprodukte finden)

(Bestell-)Mengenvektoren (immer Spaltenvektoren)		**Kostenvektoren**: variable Kosten je ME, also Stückkosten (immer Zeilenvektoren)	
$\vec{b}_{R/H}$	für die Rohstoffe	$\vec{k}_{G/R}$	Rohstoffkosten (Materialkosten)
$\vec{b}_{Z/H}$	für die Zwischenprodukte	$\vec{k}_{G/Z}$	Fertigungskosten der 1. Produktionsstufe
$\vec{x}_{E/H}$	für die Endprodukte	$\vec{k}_{G/E}$	Fertigungskosten der 2. Produktionsstufe

Daraus ergibt sich alles weitere, wenn man sich an folgende Regeln hält:

Es gilt die „**Dominoregel**“ **der Multiplikation**:
Zwei Matrizen G und H können nur dann sinnvoll multipliziert werden, wenn der zweite Index von G und der erste von H übereinstimmen. D.h. $H_{X/\mathbf{Y}} \cdot G_{\mathbf{Y}/Z}$ ist ein sinnvolles Produkt. Dabei „kürzt sich Y heraus“.
Für eine **Addition** müssen dagegen die **Indizes** komplett übereinstimmen:
D.h. $F_{\mathbf{X/Y}} + G_{\mathbf{X/Y}}$ ist eine sinnvolle Summe.

Gesamtkosten für den Auftrag $\vec{x}_{E/H}$:+

$$\underbrace{\vec{k}_{G/R} \cdot C_{R/E} \cdot \vec{x}_{E/H}}_{Rohstoffkosten} + \underbrace{\vec{k}_{G/Z} \cdot B_{Z/E} \cdot \vec{x}_{E/H}}_{Fertigungskosten\ 1.Stufe} + \underbrace{\vec{k}_{G/E} \cdot \vec{x}_{E/H}}_{Fertigungskosten\ 2.Stufe} + K_f$$

Übersicht Mehrstufige Produktionsprozesse (Lineare Verflechtungen)
Vorgehensweise zur Lösung einer Aufgabe

Damit lässt sich jede Aufgabe zu zweistufigen Produktionsprozessen lösen:

Vorgehensweise
1. Schritt: Definition der benutzten Begriffe (sofern das in der Aufgabe nicht schon geschehen ist)
2. Schritt: Aufstellen des Terms oder der Gleichung zur Lösung der Aufgabe
3. Schritt: Berechnung des Ergebnisses
4. Schritt: Formulierung des Antwortsatzes

Ist danach gefragt, **wie viel** von etwas **benötigt** wird, um es in vorgegebene Mengen von etwas anderem umzusetzen („Wie viel ... braucht man, um ... herzustellen"), so genügt die Berechnung eines Terms mit Hilfe von Multiplikationen und ggf. Addition.

$$\underset{\text{Rohstoffe}}{\boxed{\mathbf{R_i}}} \xrightarrow{C_{R/E}} \underset{\text{Endprodukte}}{\boxed{\mathbf{E_i}}}$$

Ist danach gefragt, **wie viel** von etwas **hergestellt werden kann** wird, um vorgegebene Mengen von etwas anderem zu verbrauchen („Wie viel ... kann man produzieren, wenn ... aufgebraucht werden sollen"), so ist ein Lineares Gleichungssystem zu lösen.

$$\underset{\text{Rohstoffe}}{\boxed{\mathbf{R_i}}} \xleftarrow{C_{R/E}} \underset{\text{Endprodukte}}{\boxed{\mathbf{E_i}}}$$

klassischer Aufgabentyp 1
Es werden soundso viele Mengeneinheiten der einzelnen Endprodukte bestellt. Wie viele ME der einzelnen Rohstoffe R_i benötigt man, um den Auftrag zu bearbeiten?

Lösungsansatz: Vektor der benötigten Rohstoffmengen: $\vec{e}_R$;

$\vec{e}_R = C_{R/E} \cdot \vec{b}_E$

klassischer Aufgabentyp 2
Es sollen soundso viele Mengeneinheiten der einzelnen Rohstoffe verbraucht werden. Wie viele ME der einzelnen Endprodukte kann man damit herstellen?

Lösungsansatz: Vektor der zu verbrauchenden Rohstoffmengen: $\vec{e}_R$;

$C_{R/E} \cdot \vec{b}_E = \vec{e}_R$

Im Gegensatz zum Aufgabentyp 1 ist diesmal $\vec{b}_E$ gesucht, d.h. es muss kein Term berechnet sondern eine (Matrizen-)Gleichung gelöst werden. Ein solches lineares Gleichungssystem löst man z.B. mit dem Gauß-Verfahren.

klassischer Aufgabentyp 3
Es werden soundso viele Mengeneinheiten der einzelnen Endprodukte bestellt. Berechnen Sie die entstehenden variablen Kosten.

Lösungsansatz: K_v : variable Kosten; Bestellmengenvektor der Endprodukte;

$K_v = \vec{k}_R \cdot C_{R/E} \cdot \vec{b}_E + \vec{k}_Z \cdot B_{Z/E} \cdot \vec{b}_E + \vec{k}_E \cdot \vec{b}_E$

oder alternativ: $K_v = (\vec{k}_R \cdot C_{R/E} + \vec{k}_Z \cdot B_{Z/E} + \vec{k}_E) \cdot \vec{b}_E$

klassischer Aufgabentyp 3a
Es werden so und so viele ME der einzelnen Endprodukte und so und so viele ME der einzelnen Zwischenprodukte bestellt. Berechnen Sie die entstehenden Gesamtkosten.

Lösungsansatz: K: Gesamtosten; K_f: Fixkosten;

$K = (\vec{k}_R \cdot C_{RE} + \vec{k}_Z \cdot B_{ZE} + \vec{k}_E) \cdot \vec{b}_E + (\vec{k}_R \cdot A_{RZ} + \vec{k}_Z) \cdot \vec{b}_Z + \vec{k}_R \cdot \vec{b}_R + K_f.$