

## Grundbegriffe „EKG“ (Erlös/Kosten/Gewinnfunktionen)

$x$	<b>Aus- bringungs- menge</b>	„was über die Theke geht“	in ME	
$E(x)$ $= p \cdot x$	<b>Erlös</b>	„was in die Kasse rein- kommt“	in GE	z.B. $E(x) = 80x$ , wenn jede ME für 80 GE/ME verkauft wird.
$K(x)$ $= k_v \cdot x + K_f$	<b>Kosten</b>	„was aus der Kasse rausgeht“	in GE	z.B. $K(x) = 30x + 1500$ , wenn die Produktion einer ME für 30 GE/ME kostet und die Fixkosten 1500 GE betragen.
$G(x)$ $= E(x) - K(x)$ $= p \cdot x - (k_v \cdot x + K_f)$	<b>Gewinn</b> (bei negativen Werten spricht man von Verlust)	„was mehr in der Kasse ist als vorher“	in GE	z.B. $G(x) = E(x) - K(x)$ $= 80x - (30x + 1500)$ $= 50x - 1500$ ,

**Merke:**  $x$  – also die Stelle – erkennst du immer daran, dass es eine Menge ist („ME“, „wie viel ...“).

$E(x)$ ,  $K(x)$ ,  $G(x)$  sind dagegen in GE angegeben.

### Beispielrechnung:

Für eine konkrete Menge  $x = 10$  ergibt sich:

$$\begin{aligned}
 G(10) &= E(10) - K(10) \\
 &= 800 - 1800 = -1000
 \end{aligned}$$

### Bedeutung im Sachzusammenhang:

Wenn 10 ME produziert und verkauft werden,  
beträgt der Erlös 800 GE, die Kosten liegen bei 1800 GE.  
Das ergibt einen Verlust in Höhe von 1000 GE.

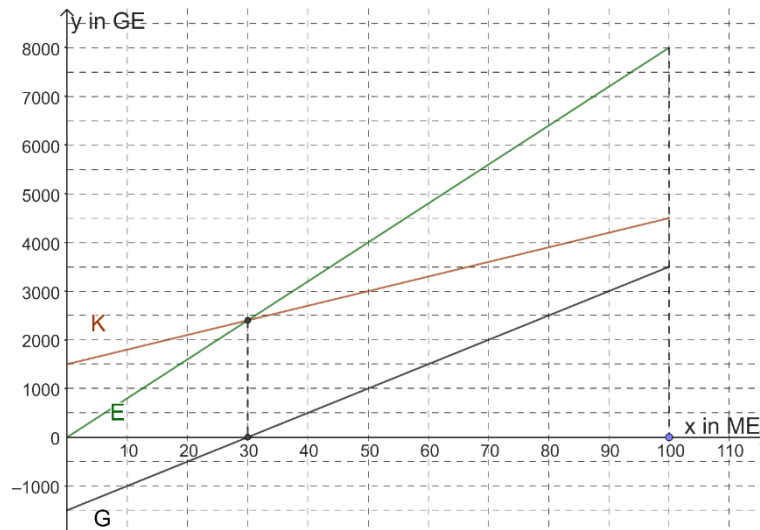


## Vokabeln der „Kostentheorie“ (EKG)

		Einheit
$x_{kap}$	<b>Kapazitätsgrenze</b> Mehr kann das Unternehmen in einer Produktionsperiode (z.B. in einem Monat) nicht herstellen.	in ME im Beispiel oben nicht festgelegt. Sagen wir jetzt mal: $x_{kap} = 100$
$D_{ök}$	<b>ökonomische Definitionsmenge</b> ökonomisch: alle Ausbringungsmengen, die möglich sind mathematisch: die Definitionsmenge von $E$ , $K$ und $G$ :	bezieht sich auf $x$ , also auf ME $D_{ök} = [0; 100]$
$p$	<b>Preis</b> ökonomisch: jede ME des Produkts wird für $p$ GE/ME verkauft. mathematisch: Steigung der Funktion $E$	in GE/ME $p = 80$
$k_v$	<b>variable Stückkosten</b> ökonomisch: die Produktion einer ME kostet $k_v$ GE/ME. mathematisch: Steigung der Funktion $K$	in GE/ME $k_v = 30$
$K_f$	<b>Fixkosten</b> ökonomisch: Kosten, die schon dann anfallen, wenn nichts produziert wird. mathematisch: y-Achsenabschnitt der Funktion $K$ , also $K_f = K(0)$	in GE $K_f = 1500$
$x_{GS}$	<b>Gewinnschwelle</b> ökonomisch: Menge, die verkauft werden muss, damit die Erlöse die Kosten decken, also kein Verlust entsteht. mathematisch: Nullstelle von $G$ , also Lösung von $G(x) = 0$	in ME $G(x) = 0$ $\Leftrightarrow 50x - 1500 = 0$ $\Leftrightarrow 50x = 1500$ $\Leftrightarrow x = 30$



# Graphen



$$K_f = 1500$$

Jeden Punkt, den man auf einem der Graphen abliest, kann man in eine ökonomische Aussage übersetzen.

z.B. liegt der Punkt (50|3000) auf dem Graph von K.

Das bedeutet:

$$x_{GS} = 30$$

$$x_{kap} = 100$$

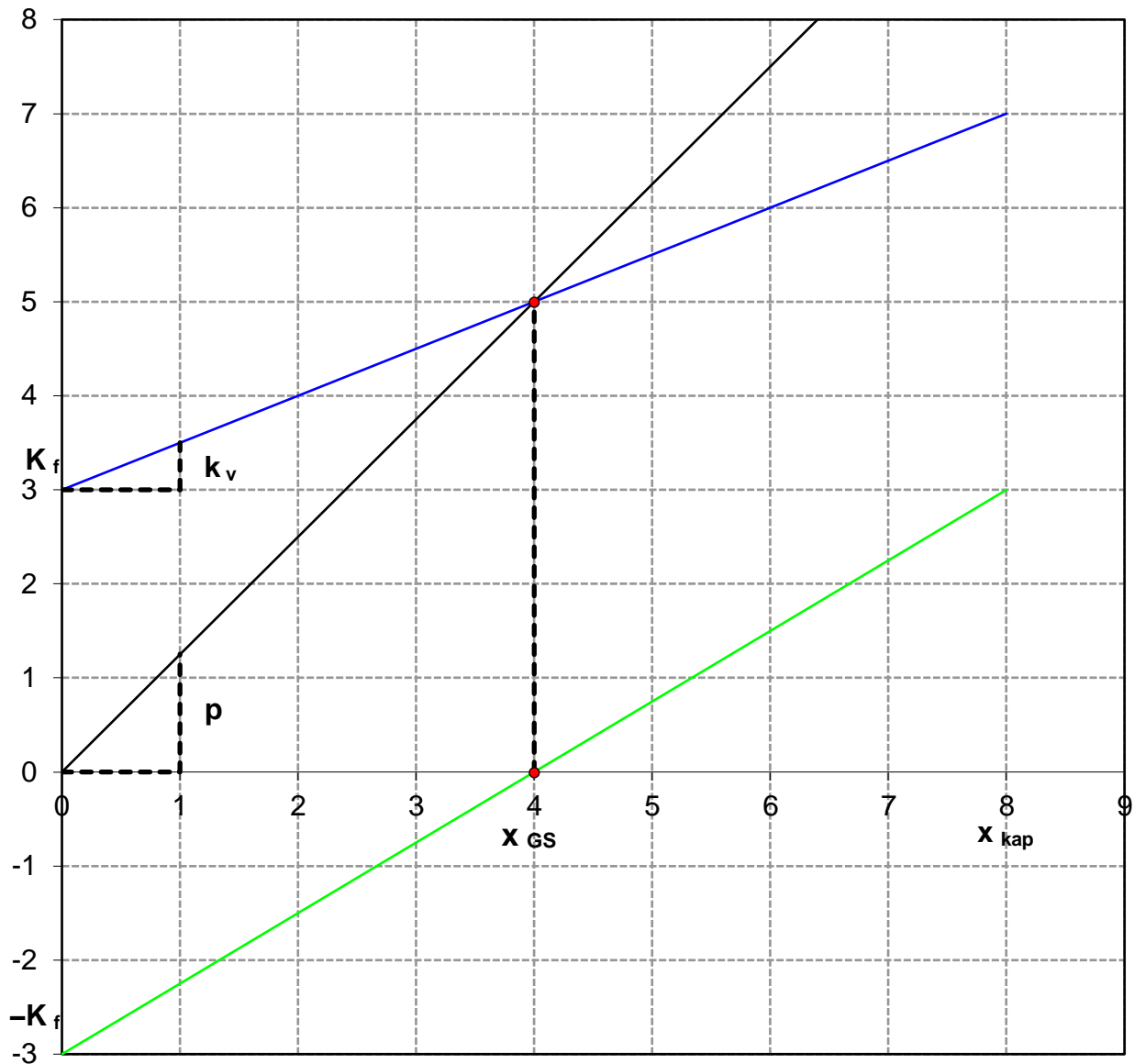
Bei einer Produktionsmenge von 50 ME entstehen Kosten in Höhe von 3000 GE.

$$-K_f = -1500$$



# Übersicht Begriffe und Aufgabentypen bei ökonomischen Anwendungen linearer Funktionen

## Betriebswirtschaftliche Anwendungen mit Erlös- Kosten- und Gewinnfunktion



Es handelt sich um das einfachste ökonomische Modell:

Es wird angenommen, dass der (Markt-) Preis vom Unternehmen nicht beeinflusst werden kann (Schlüsselwort: „[Polypol](#)“), also  $p$  eine konstante Zahl ist.

Demzufolge ist  $E(x) = p \cdot x$  eine lineare Funktion (sogar eine proportionale, d.h.

$K(x) = m \cdot x + b$  oder anders ausgedrückt:

$K(x) = k_v \cdot x + K_f$ , (ausführlicheres [hier](#))

Fixkosten:  $K(0) = K_f$

variable Stückkosten:  $k_v$



<p>der Graph ist ein <a href="#">Ursprungsgeradenstück</a>).</p> <p>Wenn man das zum ersten Mal sieht,</p> <p>Die <a href="#">Kosten</a> setzen folgendermaßen zusammen:</p>	
<p>ökonomische <a href="#">Definitionsmenge</a> (<math>D_{\delta k}</math>) im Fall eines Polypols</p>	<p><math>D_{\delta k} = [ 0 ; x_{kap} ]</math>, wobei <math>x_{kap}</math> die <a href="#">Kapazitätsgrenze</a> ist</p>
<p><a href="#">Erlösfunktion</a> aufstellen (<math>p</math> gegeben)</p>	<p><math>E(x) = p \cdot x</math> <i>Eigenschaften: geht durch den Ursprung, steigt (also <math>p &gt; 0</math>)</i></p>
<p><a href="#">Gewinnfunktion</a> aufstellen (wenn <math>E</math> und <math>K</math> gegeben)</p> <p>vorgerechnetes Beispiel: <a href="#">Bsp</a></p>	<p><math>G(x) = E(x) - K(x)</math> <math>= (p - k_v) \cdot x - K_f</math> <i>Achtung: Klammern setzen!</i> <i>Eigenschaften: schneidet die y-Achse, steigt (also <math>p &gt; 0</math>)</i></p>
<p>Kosten berechnen (bzw. Erlös oder Gewinn bzw. Verlust) bei gegebener Ausbringungsmenge von <math>x_0</math> ME</p> <p>vorgerechnetes Beispiel für G: <a href="#">Bsp</a>, Aufg. a)</p>	<p>Einsetzen von <math>x_0</math> in die entsprechende Funktion: <math>K(x_0)</math> (bzw. <math>E(x_0)</math> oder <math>G(x_0)</math>)</p>
<p>Ausbringungsmenge berechnen bei gegebenen Kosten (bzw. Erlös oder Gewinn bzw. Verlust) Erlös oder Gewinn bzw. Verlust) von <math>y_0</math> GE</p> <p>vorgerechnetes Beispiel für G: <a href="#">Bsp</a>, Aufg. b)</p>	<p><math>K(x) = y_0</math> lösen (bzw. <math>E(x) = y_0</math> oder <math>G(x) = y_0</math>) <i>Lösung der linearen Gleichung</i></p>
<p><a href="#">Gewinnschwelle</a> (<math>x_{GS}</math>, <a href="#">Nullstelle</a> von G bzw. Schnittstelle von E und K)</p> <p>vorgerechnetes Beispiel: <a href="#">Bsp</a>, Aufg. c)</p>	<p><math>G(x) = 0</math> (oder wahlweise: <math>E(x) = K(x)</math>) <i>Lösung der linearen Gleichung</i></p>
<p><a href="#">Gewinnzone</a> bestimmen</p> <p>Klingt nur anders, ist aber dieselbe Rechnung.</p> <p>vorgerechnetes Beispiel: <a href="#">Bsp</a>, Aufg. c)</p>	<p><math>G(x) = 0</math> (s.o.); Die Gewinnzone ist <math>[x_{GS} ; x_{kap}]</math></p>
<p>gewinnmaximale Ausbringungsmenge (<math>x_{Gmax}</math>) und maximalen Gewinn berechnen.</p> <p>vorgerechnetes Beispiel: <a href="#">Bsp</a>, Aufg. d)</p>	<p>Ein möglichst großer Gewinn wird <i>im linearen Fall</i> durch eine möglichst große Ausbringungsmenge erzielt, also gilt: <math>x_{Gmax} = x_{kap}</math>. maximaler Gewinn: <math>G(x_{kap})</math></p>
<p><u>Training:</u></p>	<p><a href="#">Übungen Erlös-, Kosten und Gewinnfunktionen</a></p>



## Betriebswirtschaftliche Anwendungen mit zwei verschiedenen Kostenfunktionen

kritische Produktionsmenge.  
(Schnittstelle zweier Kostenfunktionen.  
Ab dieser Produktionsmenge ist das eine  
Produktionsverfahren kostengünstiger als  
das andere.)

Gegeben:  $K_1(x) = m_1 \cdot x + b_1$  und  
 $K_2(x) = m_2 \cdot x + b_2$   
 $K_1(x) = K_2(x)$   
*Lösung der linearen Gleichung*

**Links zu ökonomischen Funktionen:** [hier](#)

