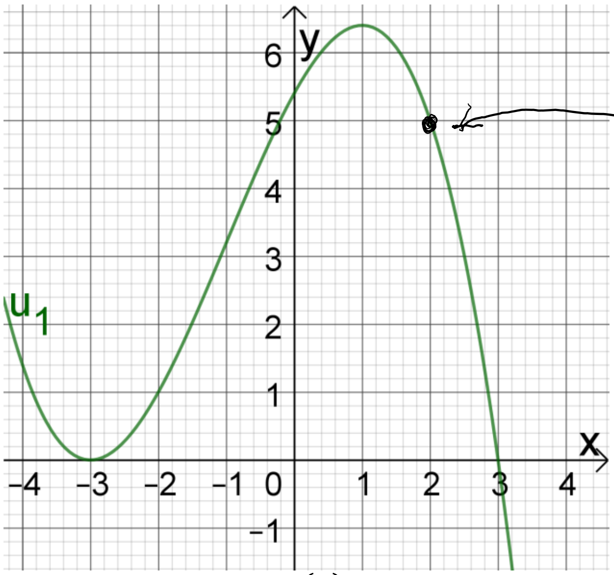
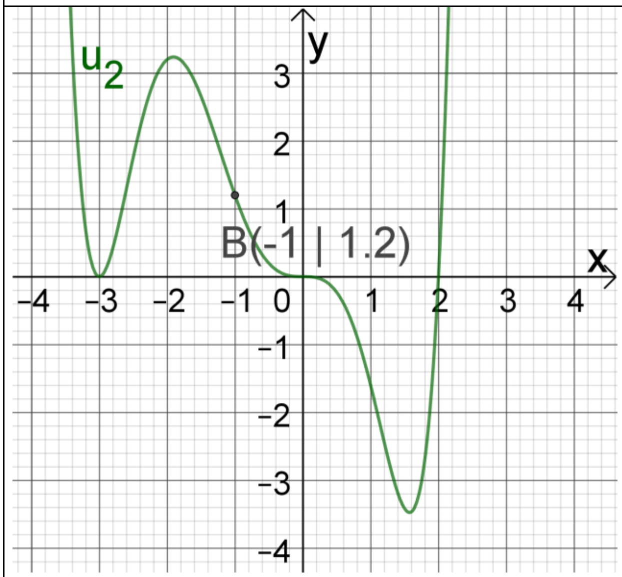
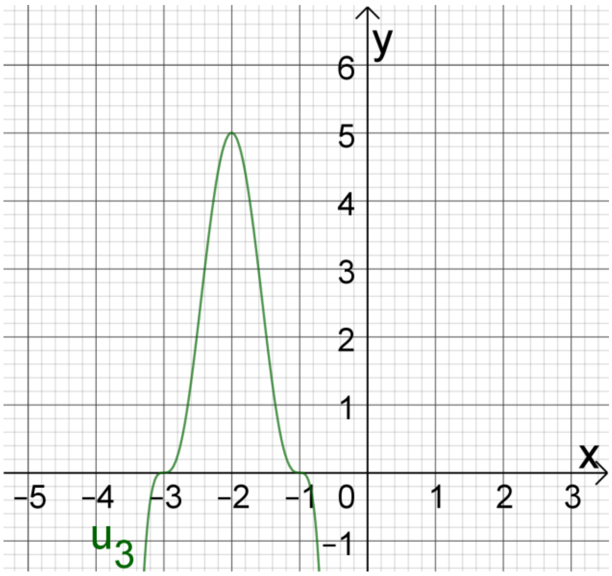
 $u_1(x)$	Funktionsgleichung von u_1 (in [faktorisierter Form](#)): Man erkennt eine doppelte Nullstelle bei $x = -3$ und eine einf. Nullstelle bei $x = 3$ $u_1(x) = a(x+3)^2(x-3)$ ablesen: $u_1(2) = 5$ $a(2+3)^2(2-3) = 5$ $\Leftrightarrow a(5)^2 \cdot (-1) = 5$ $\Leftrightarrow -25a = 5$ |:(-25) $\Leftrightarrow a = -\frac{1}{5}$ $u_1(x) = -\frac{1}{5}(x+3)^2(x-3)$
	Man erkennt eine doppelte Nullstelle bei $x = -3$, eine dreifache bei $x = 0$ und eine einfache Nullstelle bei $x = 2$ $u_2(x) = a(x+3)x^3(x-2)$ ablesen: $u_2(-1) = 1{,}2$ $a(-1+3)(-1)^3(-1-2) = 1{,}2$ $\Leftrightarrow a \cdot 2 \cdot (-1) \cdot (-3) = 1{,}2$ $\Leftrightarrow 6a = 1{,}2$ |:(6) $\Leftrightarrow a = \frac{1{,}2}{6} = 0{,}2$ $u_2(x) = 0{,}2(x+3)x^3(x-2)$



Funktionsgleichung von u_3
Man erkennt eine doppelte Nullstelle bei $x = -3$, eine dreifache bei $x = 0$ und eine einfache Nullstelle bei $x = 2$

$$u_2(x) = a(x+3)x^3(x-2)$$

ablesen: $u_2(-1) = 1{,}2$
$a(-1+3)(-1)^3(-1-2) = 1{,}2$
$\Leftrightarrow a \cdot 2 \cdot (-1) \cdot (-3) = 1{,}2$
$\Leftrightarrow 6a = 1{,}2$ |:(6)
$\Leftrightarrow a = \frac{1{,}2}{6} = 0{,}2$

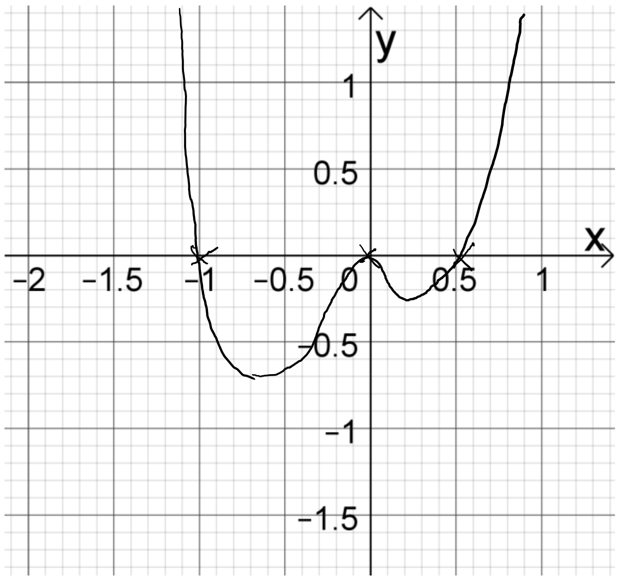
$$u_2(x) = 0{,}2(x+3)x^3(x-2)$$

Gesucht ist eine ganzrationale Funktion v_1 mit möglichst kleinem Grad, die den Leitkoeffizienten 10 hat, eine doppelte Nullstelle bei $x = 0$ hat und einfache Nullstellen bei $x = -1$ und $x = 0{,}5$.

a) Gib eine passende Funktionsgleichung zu v_1 an.

$$v_1(x) = 10x^2(x+1)(x-0{,}5)$$

b) Skizziere den Graphen von v_1.



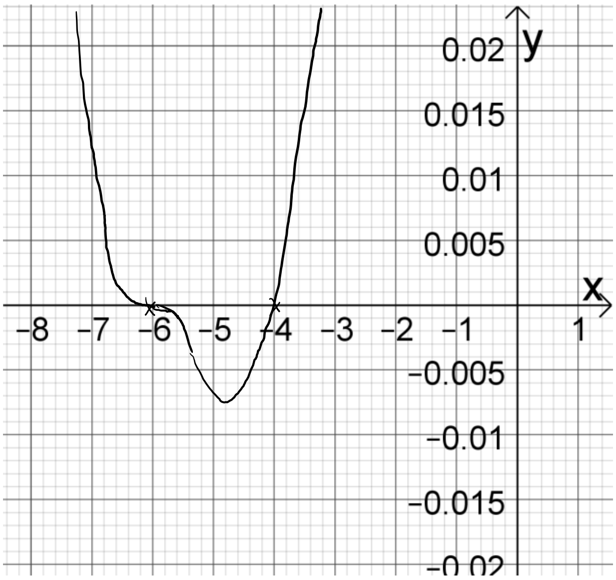
Gegeben die Funktion s_2 mit
$v_2(x) = 0{,}01\,(x+4)\,(x+6)^3$.

a) Gib die Nullstellen von s_2 an und ebenfalls die Art dieser Nullstellen („Vielfachheit“)

$x = -4$ (einfach)
$x = -6$ (dreifach)

b) Skizziere den Graphen von s_1. (Dabei ist die genaue Einteilung der y-Achse egal).

Hilfestellung:
www.mathebaustelle.de\analysis/ureihe/4_ganzrat_fkt/faktorisiert/von_der_fakt_form_zum_graph.mp4



Gegeben die Funktion s_3 mit
$v_3(x) = 1{,}5\,\mathrm{x}^3(x+2)^2\left(\frac{1}{2}\mathrm{x}^2 + 4x + 6\right)$.

a) Berechne die Nullstellen von v_3 und gib außerdem die Art dieser Nullstellen an.

b) Gib die Funktionsgleichung in vollständig faktorisierter Form an.

Tipp: Satz vom Nullprodukt!
Betrachte die einzelnen Faktoren (also die Klammern) als Teilaufgaben.

$$v_3(x) = 0$$

$$1{,}5\,\underbrace{\mathrm{x}^3}_{\mathrm{I})}\underbrace{(x+2)^2}_{\mathrm{II})}\underbrace{\left(\frac{1}{2}\mathrm{x}^2 + 4x + 6\right)}_{\mathrm{III})} = 0$$

I) $\mathrm{x}^3 = 0 \Leftrightarrow x = 0\ (dreifach)$

II) $(x+2)^2 = 0$
$\Leftrightarrow x$
$= -2\ (jetzt\ erstmal\ doppelt)$

III) $\frac{1}{2}\mathrm{x}^2 + 4x + 6 = 0$
$\Leftrightarrow \mathrm{x}^2 + 8x + 12 = 0$
$\Leftrightarrow \mathrm{x}^2 + 8x = -12$
$\Leftrightarrow \mathrm{x}^2 + 8x + 16 = -12 + 16$
$\Leftrightarrow (\mathrm{x}+4)^2 = 4$
$\Leftrightarrow x + 4 = 2\ oder\ x + 4 = -2$
$\Leftrightarrow x = -2\ oder\ x = -6$

Also ist $x = -2$ insgesamt eine DREIFACHE Nulstelle

Leitkoeff.: $1{,}5 \cdot \frac{1}{2} = 0{,}75$

$$v_3(x) = 0{,}75\,\mathrm{x}^3(x+2)^3(\mathrm{x}+6)$$

Gegeben die Funktion v_4 mit $v_4(x) = -\frac{2}{13}x^2(x^2 - 13{,}2x)(x^2 + 0{,}01)$.

a) Berechne die Nullstellen von v_4 gib ebenfalls die Art dieser Nullstellen an („Vielfachheit“)

b) Gib die Funktionsgleichung in vollständig faktorisierter Form an.

Tipp: Satz vom Nullprodukt!
Bei einer der Klammern empfiehlt sich Ausklammern. Hier kann man das üben.

a) $v_4(x) = 0$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{13}\underbrace{x^2}_{I)}\underbrace{(x^2 - 13{,}2x)}_{=0\ II)}\underbrace{(x^2 + 0{,}01)}_{III)}$$

I) $x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$ (doppelt)

II) $x^2 - 13{,}2x = 0$
$\Leftrightarrow x(x - 13{,}2) = 0$
$\Leftrightarrow x = 0\ oder\ x = 13{,}2$

III) $x^2 + 0{,}01 = 0$
$\Leftrightarrow \underbrace{x^2}_{\geq 0} = \underbrace{-0{,}01}_{<0}$ (unlösbar)

b) $-\frac{2}{13}x^2x(x - 13{,}2)(x^2 + 0{,}01)$