Beispiel Cournot´scher Punkt

Gegeben sind:
$p(x) = -0{,}5\,x + 4{,}5$
$K(x) = 1{,}5\,x + 4$

gesucht ist:
der Cournotsche Punkt, also die gewinnmaximale Ausbringungsmenge und der dazugehörige Preis.
Auf dem Weg dahin werden die die Gleichungen von E und G bestimmt. Als Zugabe gibt es den maximalen Gewinn.

$E\,(x) = p(x) \cdot x \;= -0{,}5\,x^2 + 4{,}5x$
$G(x) = E(x) - K(x)$
$= \;-0{,}5\,x^2 + 4{,}5\,x - \;(1{,}5\,x \;+\; 4)$
$= \;-0{,}5\,x^2 + 3\,x - 4$

Gewinnmaximierung mit Differentialrechnung:

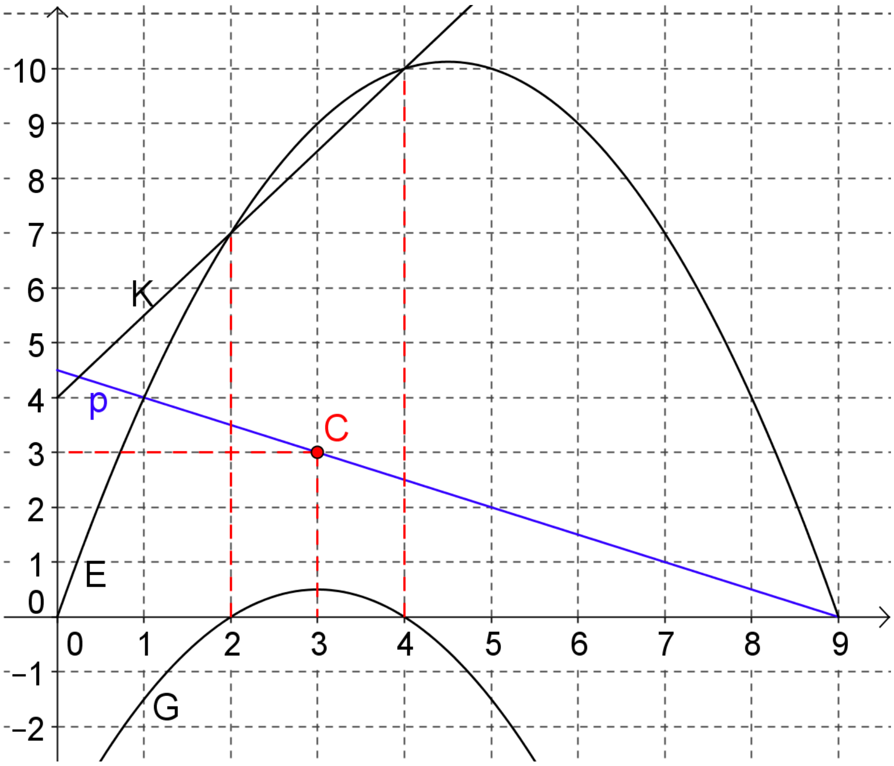
Ableitungen
$G´(x) = -x + 3$
vorsichtshalber auch $G´´(x) = -1$

notwendige Bedingung: $G´(x) = 0$
⇔ -x + 3 = 0 | - 3
⇔ -x = -3 | ·(-1)
⇔ x = 3
Also liegt die einzige mögliche lokale Extremstelle bei x = 3.

Schön wäre noch ein Zusatzargument, damit wir sicher sein können, dass 3 wirklich die gewinnmaximale Ausbringungsmenge ist.
Einsetzen in p ergibt: p (3) = -0,5 · 3 + 4,5 = 3 ≥ 0, damit ist schon einmal sicher, dass 3 ME verkauft werden können und 3 in der ökonomischen Definitionsmenge liegt.
Da der Graph von G eine nach unten geöffnete Parabel ist, muss 3 die Maximalstelle sein. Die Verwendung der hinreichenden Bedingung G´(x) = 0 ∧ G´´(x) < 0 erübrigt sich dadurch.
Wer ausdrücklich Wert auf die hinreichende Bedingung legt, bracht dafür allerdings auch nur eine oder zwei Zeilen:
hin. Bed.: zusätzlich G´´(x) < 0
$G´´(3) = -1 \;<\; 0$, ☹ also liegt eine lok. Maximalstelle vor.

Die gewinnmaximale Ausbringungsmenge liegt bei 3 ME.

Der gewinnmaximale Preis ist $p(3) = -0{,}5 \cdot 3 + 4{,}5 = 3$
Cournotscher Punkt: C (3 | 3).
Der maximale Gewinn beträgt
$G(3) = -0{,}5 \cdot 9 + 3 \cdot 3 - 4 = \ 0{,}5$ [GE].



weitere Links zum Thema ökonomische Funktionen