

Beispiel: Umformung von der faktorisierten Form in die Scheitelpunktform

Umformung der Funktion f mit $f(x) = -0,5(x + 1)(x + 7)$ (faktorisierte Form) in Scheitelpunktform:

Nullstellenbestimmung:

$$\Leftrightarrow -0,5x^2 - 4x - 3,5 = 0 \quad | : (-0,5) \text{ bzw. } \cdot (-2)$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 8x + 7 = 0 \quad | -7$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 8x = -7 \quad | \text{quadratische Ergänzung: } + \left(\frac{8}{2}\right)^2 \text{ also } +16$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 8x + 16 = -7 + 16 \quad | \text{binomische Formel}$$

$$\Leftrightarrow (x + 4)^2 = 9 \quad | \pm\sqrt{\quad}$$

$$\Leftrightarrow x + 4 = -3 \text{ oder } x + 4 = 3 \quad | -4$$

Aus der faktorisierten Form kann man die Nullstellen direkt ablesen (durch „Herumdrehen der Vorzeichen“)

$$-0,5(x + 1)(x + 7)$$

$$\Leftrightarrow x = -7 \text{ oder } x = -1$$

(Das ergibt sich aus dem Satz vom Nullprodukt)

Die x-Koordinate des Scheitelpunkt liegt genau dazwischen:

$$x_S = \frac{-1 + (-7)}{2} = -4$$

$$y_S = f(x_S) = -0,5 \cdot 4^2 - 4 \cdot 4 - 3,5 = 4,5$$

Also ist der Scheitelpunkt $S(-4|4,5)$

Die Scheitelpunktform ist demnach

$$f(x) = -\frac{1}{2}(x + 4)^2 + 4,5$$

