LORE LORENTZ SCHULE

Glossar: Bruch

Bruch [Grundlagen, Bruchrechnung]

$\frac{a}{b}$**, wobei** $a \in \mathbb{Z}$ **und** $b \in \mathbb{N}$ **und** $b \neq 0$

Der Ausdruck a auf dem Bruchstrich heißt Zähler und der Ausdruck unter dem Bruchstrich heißt Nenner.

Bsp. 1:
$\frac{4}{3}$, der Zähler ist 3, der Nenner ist 4.

Umwandlung in eine Dezimalzahl:
Den Zahlenwert eines Bruchs ermittelt man durch Division (also indem man teilt):

Beispiele:

$$\frac{120}{40} = \frac{12}{4} = 12:4 = 3$$
$$\frac{83}{4} = 83:4 = 20{,}75$$

Wann ist ein Bruch definiert?
Ein Bruch ist dann und nur dann definiert, wenn sein Nenner ungleich Null ist.
$\frac{a}{b}$ ist definiert ⇔ b ≠ 0.
Das heißt insbesondere: $\frac{4}{0}$ gibt es gar nicht.
Der Versuch, vier Tafeln Schokolade unter null Personen aufzuteilen, macht keinen Sinn.

Bem. 1: Das Teilen durch Null ist also verboten.
Das gilt aber keineswegs für das Teilen von Null durch irgend eine andere Zahl (außer Null)!
Das heißt z.B.: $\frac{0}{4}$ gibt es gar nicht: Es gilt nämlich: $\frac{0}{4} = 0$
Wenn man null Tafeln Schokolade unter vier Personen aufteilen will, bekommt jede*r null Tafeln Schokolade. Das ist sinnfrei, aber mathematisch problemlos möglich (und sogar irgendwie gerecht).

Bem. 2:
Durch den Wert des Bruchs sind Zähler und Nenner nicht eindeutig festgelegt:
Obwohl z.B. die Brüche $\frac{4}{3}$ und $\frac{8}{6}$ unterschiedliche Zähler und

Nenner haben, gilt: $\frac{4}{3} = \frac{8}{6}$.
D.h. durch Erweitern oder Kürzen wird der Wert des Bruchs nicht verändert.

Bem. 2:
Bei Zahlen sind Bruchdarstellungen in vieler Hinsicht nützlich und vorteilhaft.
Die Menge aller Zahlen, die sich mit ganzzahligem Zähler und Nenner darstellen lässt heißt Menge der rationalen Zahlen $\mathbb{Q}$.

Achtung: Ein Bruchstrich wirkt wie eine Klammer.

Bem. 3:

$$\frac{8+1}{2} = \frac{8+1}{2} = \frac{8}{2} + \frac{1}{2} = 4\frac{1}{2}$$

Durch Weglassen der Klammer führt dagegen zu etwas anderem:

$$8 + 1/2 = 8\frac{3}{2}$$

Dass die beiden genannten Ausdrücke sich unterscheiden, beruht auf der Regel „Punkt vor Strich“.
Man muss diesen Unterschied beachten, wenn man Bruch-Ausdrücke richtig in ein Computer-Programm, einen Taschenrechner oder ein CAS eingeben will.

Die Bruchrechnung
ist eine leider bei vielen in Vergessenheit geratene Kultur-technik, die einem sagt, wie mit Brüchen umzugehen ist.

Gleichheit von Brüchen:
Zwei Brüche $\frac{a_1}{b_1}$ und $\frac{a_2}{b_2}$ sind genau dann gleich, wenn es eine reelle Zahl c ungleich Null gibt,
so dass $c \cdot a_1 = a_2$ und $c \cdot b_1 = b_2$.
alternativ: Zwei Brüche $\frac{a_1}{b_1}$ und $\frac{a_2}{b_2}$ sind genau dann gleich, wenn $a_1 \cdot b_2 = a_2 \cdot b_1$.

Addition zweier Brüchen: **geht so**

Multiplikation einer Zahl mit einem Bruch:
Man multipliziert die Zahl mit dem Zähler, der Nenner bleibt unverändert.

$$c \cdot \frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{b}} = \frac{c \cdot \boldsymbol{a}}{\boldsymbol{b}}$$

Division eines Bruchs durch eine Zahl:
Man teilt den Zähler durch die Zahl, der Nenner bleibt unverändert

$$\frac{a}{b} : c = \frac{\frac{a}{c}}{\boldsymbol{b}}$$

oder (wahlweise):

Man multipliziert den Nenner mit dem Bruch, der Zähler bleibt unverändert:

$$\frac{a}{b} : c = \frac{a}{cb}$$

Multiplikation zweier Brüchen:
Man multipliziert zwei Brüche, indem man Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner multipliziert.

$$\frac{a_1}{b_1} \cdot \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_1 a_2}{b_1 b_2}$$

Division zweier Brüchen:
Man teile einen Bruch durch einen anderen, indem man ihn mit dessen Kehrwert multipliziert.

$$\frac{a_1}{b_1} : \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_1}{b_1} \cdot \frac{b_2}{a_2} = \frac{a_1 b_2}{b_1 a_2}$$

Potenzen von Brüchen: Wie sich Brüche verhalten, wenn sie ineinem Potenzausdruck stehen, findet man unter dem Stichwort Potenzregeln.

Links: http://www.bruchrechnen.de, http://www.mathematik.de/mde/fragenantworten/erstehilfe/bruchrechnung/bruchrechnung.html .
Lernpfad: http://www.mathe-online.at/lernpfade/Bruchrechnen/?kapitel=1
Training:
Kürzen
Addition
Multiplikation

Übungen: sos-mathe.ch