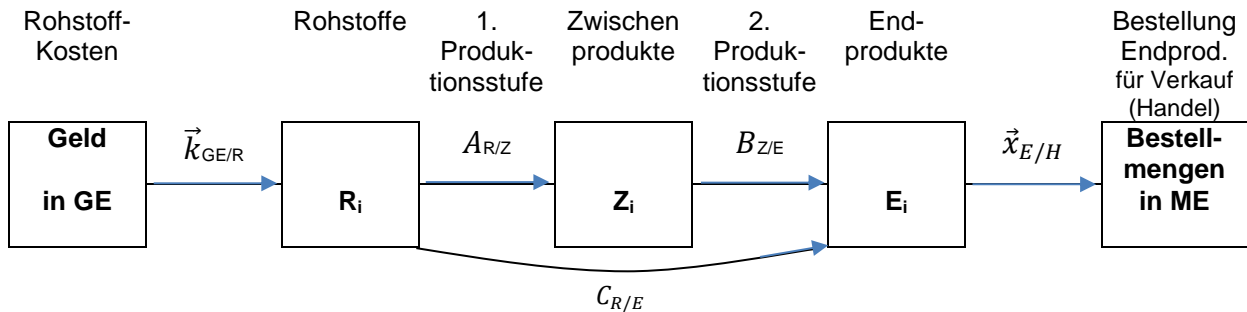


## Übersicht Mehrstufige Produktionsprozesse

**Sinnvolle Benennungen:** Rohstoffe:  $R_i$  (also  $R_1, R_2, R_3, \dots$ ) Zwischenprodukte:  $Z_i$  (also  $Z_1, Z_2, Z_3, \dots$ )  
 Endprodukte:  $E_i$  (also  $E_1, E_2, E_3, \dots$ )  
 (Die Bezeichnungen lassen sich im Einzelfall anpassen: z.B.:  $E_i$ : Einzelzeile,  $H_i$ : Halbfertigprodukte,  $F_i$ : Fertigprodukte)



**Sinnvolle Benennungen:** Bei Matrizen schreibt man hinter den eigentlichen Namen (z.B. „A“) noch tiefergestellt, was worin umgewandelt wird: (z.B. „R“ in „Z“).

**Beispiel 1:** Die Matrix  $A_{R/Z}$  gibt an, wie viele ME der einzelnen Rohstoffe  $R_i$  nötig sind, um jeweils eine ME der einzelnen Zwischenprodukte  $Z_j$  herzustellen.

**Beispiel 2:** Der Vektor  $\vec{k}_{GE/R}$  gibt an, wie viele GE nötig sind, um die einzelnen Rohstoffe  $R_i$  einzukaufen.

### Verflechtungsmatrizen

$A_{R/Z}$	Rohstoff-Zwischenprodukt-Matrix = Verflechtungsmatrix der 1. Produktionsstufe	
$B_{Z/E}$	Zwischenprodukt-Endprodukt-Matrix = Verflechtungsmatrix der 2. Produktionsstufe	
$C_{R/E}$	Rohstoff-Endprodukt-Matrix = Technologiematrix	$C_{R/E} = A_{R/Z} \cdot B_{Z/E}$ (falls nicht auch Rohstoffe ohne den Umweg über die Zwischenprodukte Eingang in die Endprodukte finden)

(Bestell-)Mengenvektoren (immer Spaltenvektoren)		Kostenvektoren: variable Kosten je ME, also Stückkosten (immer Zeilenvektoren)	
$\vec{x}_{R/H}$	für die Rohstoffe	$\vec{k}_{GE/R}$	Rohstoffkosten (Materialkosten)
$\vec{x}_{Z/H}$	für die Zwischenprodukte	$\vec{k}_{GE/Z}$	Fertigungskosten der 1. Produktionsstufe
$\vec{x}_{E/H}$	für die Endprodukte	$\vec{k}_{GE/E}$	Fertigungskosten der 2. Produktionsstufe

Daraus ergibt sich alles weitere, wenn man sich an folgende Regeln hält:

Es gilt die „ <b>Dominoregel</b> “ der <b>Multiplikation</b> : Zwei Matrizen G und H können nur dann sinnvoll multipliziert werden, wenn der zweite Index von G und der erste von H übereinstimmen. D.h. $H_{X/Y} \cdot G_{Y/Z}$ ist ein sinnvolles Produkt. Dabei „kürzt sich Y heraus“.
Für eine <b>Addition</b> müssen dagegen die <b>Indizes</b> komplett übereinstimmen: D.h. $F_{X/Y} + G_{X/Y}$ ist eine sinnvolle Summe.

Gesamtkosten für den Auftrag  $\vec{x}_{E/H}$ :

$$\underbrace{\vec{k}_{GE/R} \cdot C_{R/E} \cdot \vec{x}_{E/H}}_{\text{Rohstoffkosten}} + \underbrace{\vec{k}_{GE/Z} \cdot B_{Z/E} \cdot \vec{x}_{E/H}}_{\text{Fertigungskosten 1.Stufe}} + \underbrace{\vec{k}_{GE/E} \cdot \vec{x}_{E/H}}_{\text{Fertigungskosten 2.Stufe}} + K_f$$

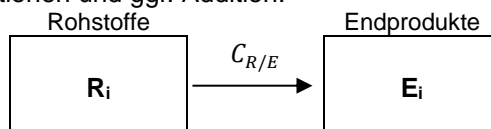


# Übersicht Mehrstufige Produktionsprozesse (Lineare Verflechtungen) Vorgehensweise zur Lösung einer Aufgabe

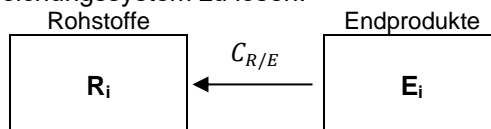
Damit lässt sich fast jede Aufgabe zu zweistufigen Produktionsprozessen lösen:

Vorgehensweise
<b>1. Schritt:</b> Definition der benutzten Begriffe (sofern das in der Aufgabe nicht schon geschehen ist)
<b>2. Schritt:</b> Aufstellen des Terms oder der Gleichung zur Lösung der Aufgabe
<b>3. Schritt:</b> Berechnung des Ergebnisses
<b>4. Schritt:</b> Formulierung des Antwortsatzes

Ist danach gefragt, **wie viel** von etwas **benötigt** wird, um es in vorgegebene Mengen von etwas anderem umzusetzen („Wie viel ... braucht man, um ... herzustellen“), so genügt die Berechnung eines Terms mit Hilfe von Multiplikationen und ggf. Addition.



Ist danach gefragt, **wie viel** von etwas **hergestellt werden kann** wird, um vorgegebene Mengen von etwas anderem zu verbrauchen („Wie viel ... kann man produzieren, wenn ... aufgebraucht werden sollen“), so ist ein Lineares Gleichungssystem zu lösen.



### klassischer Aufgabentyp 1

Es werden soundso viele Mengeneinheiten der einzelnen Endprodukte bestellt. Wie viele ME der einzelnen Rohstoffe  $R_i$  benötigt man, um den Auftrag zu bearbeiten?

Lösungsansatz: Vektor der benötigten Rohstoffmengen:  $\vec{b}_{R/H}$

$$\vec{b}_{R/H} = C_{R/E} \cdot \vec{x}_{E/H}$$

### klassischer Aufgabentyp 2

Es sollen soundso viele Mengeneinheiten der einzelnen Rohstoffe verbraucht werden. Wie viele ME der einzelnen Endprodukte kann man damit herstellen?

Lösungsansatz: Gegeben ist der Vektor der zu verbrauchenden Rohstoffmengen:  $\vec{b}_{R/H}$ ;

$$C_{R/E} \cdot \vec{x}_{E/H} = \vec{b}_{R/H}$$

Im Gegensatz zum Aufgabentyp 1 ist diesmal  $\vec{x}_{E/H}$  gesucht, d.h. es muss kein Term berechnet sondern eine (Matrizen-)Gleichung gelöst werden. Ein solches [lineares Gleichungssystem](#) löst man z.B. mit dem Gauß-Verfahren. (Alternative, wenn man die [Inverse](#) zur Hand hat:  $\vec{x}_{E/H} = C_{R/E}^{-1} \cdot \vec{b}_{R/H}$ )

### klassischer Aufgabentyp 3

Es werden so und so viele ME der einzelnen Endprodukte bestellt (Bestellmengenvektor  $\vec{x}_{E/H}$ ). Berechnen Sie die entstehenden variablen Kosten.

Lösungsansatz:  $K_v$ : variable Kosten; Bestellmengenvektor der Endprodukte;

$$K_v = \vec{k}_{GE/R} \cdot C_{R/E} \cdot \vec{b}_{E/H} + \vec{k}_{GE/Z} \cdot B_{Z/E} \cdot \vec{b}_{E/H} + \vec{k}_{GE/E} \cdot \vec{b}_{E/H}$$

$$\text{oder alternativ: } K_v = (\vec{k}_{GE/R} \cdot C_{R/E} + \vec{k}_{GE/Z} \cdot B_{Z/E} + \vec{k}_{GE/E}) \cdot \vec{b}_{E/H}$$

### klassischer Aufgabentyp 3a

Es werden so und so viele ME der einzelnen Endprodukte bestellt (Bestellmengenvektor  $\vec{x}_{E/H}$ ). Berechnen Sie die entstehenden Gesamtkosten.

Lösungsansatz:  $K = k_v + K_f$ ; also genau wie 3a, anschließend werden die [Fixkosten](#) dazu addiert.

